Utiliser la représentation graphique d'une fonction.

On considère le plan muni d'un repère orthogonal.
La représentation graphique $\mathcal{C}$ d'une fonction f dans ce plan
est l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan dont les coordonnées vérifient : $y = f(x)$

On a donc :

$$\boldsymbol{M(x;y) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow y = f(x)}$$

On utilise cette propriété pour :

- » Construire une représentation graphique
- » Vérifier l'appartenance d'un point à une représentation graphique
- » Calculer la coordonnée manquante d'un point appartenant à une représentation graphique

➢ Construire une représentation graphique

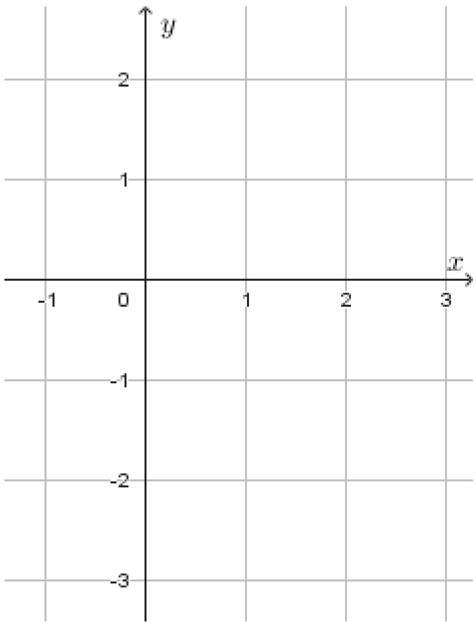
On souhaite construire la représentation graphique de la fonction f définie par
$f(x) = -x^2 + 2x + 1$
sur l'intervalle $I = [-1; 3]$.

On sait que l'ensemble des points du plan
tels que $y = f(x)$ forment la représentation
graphique de la fonction f.

On va donc construire un tableau de valeurs :

x	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$					
Point	A	B	C	D	E

On calcule l'ordonnée de chaque point,
on place les différents points dans le repère
et on les relie soigneusement au crayon sans règle.

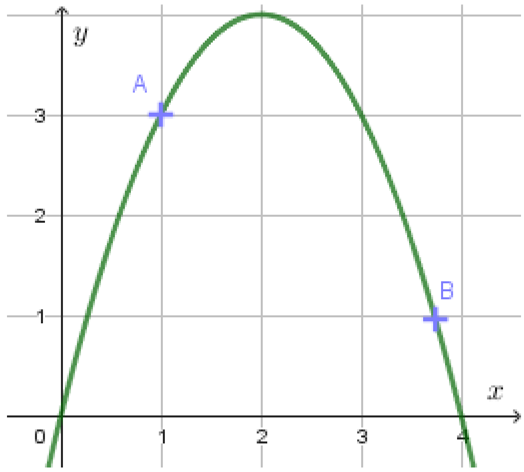


➢ Vérifier l'appartenance d'un point à une représentation graphique

Un exemple : on donne la représentation graphique $\mathcal{C}$ ci-contre de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = -(x-2)^2 + 4$

Les points $A(1;3)$ et $B(3{,}8;1)$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}$?



Réponse :

$f(x_A) = -(x_A - 2)^2 + 4$

$= -(1-2)^2 + 4$

$= -(-1)^2 + 4$

$= -1 + 4$

$(x_A) = -3 = y_A$ donc OUI, le point A appartient à la représentation graphique $\mathcal{C}$ de f.

$f(x_B) = -(x_B - 2)^2 + 4$

$= -(3{,}8 - 2)^2 + 4$

$= -1{,}8^2 + 4$

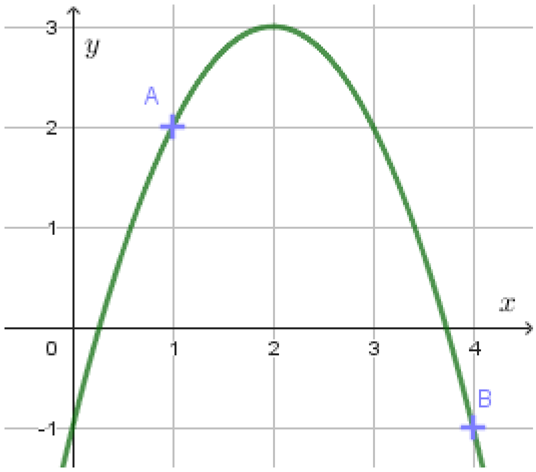
$= -3{,}24 + 4$

$(x_A) = 0{,}76 \neq y_A$ donc NON, le point B n'appartient pas à la représentation graphique $\mathcal{C}$ de f.

➢ Calculer la coordonnée manquante d'un point appartenant à la représentation graphique

Un exemple : on donne la représentation graphique $\mathcal{C}$ ci-contre de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = -(x-2)^2 + 3$



On place sur le graphe le point A d'ordonnée 2 et le point B d'abscisse 4.

Calculer x_A et y_B.

Point $A(x_A; 2)$

$A \in \mathcal{C}$ donc $y_A = f(x_A)$

$y_A = f(x_A) \Leftrightarrow 2 = -(x_A - 2)^2 + 3$

$\Leftrightarrow 2 - 3 = -(x_A - 2)^2$

$\Leftrightarrow -1 = -(x_A - 2)^2$

$\Leftrightarrow (x_A - 2)^2 = 1$

$\Leftrightarrow x_A - 2 = 1$ ou $x_A - 2 = -1$

$\Leftrightarrow x_A = 3$ ou $x_A = 1$

On s'aide de la représentation graphique pour déterminer la bonne valeur : $x_A = 1$.

Point $B(1; y_B)$

$B \in \mathcal{C}$ donc $y_B = f(x_B)$

$y_B = f(x_B) \Leftrightarrow y_B = -(1-2)^2 + 3$

$\Leftrightarrow y_B = -(-1)^2 + 3$

$\Leftrightarrow y_B = -1 + 3$

$\Leftrightarrow y_B = 2$

On a bien déterminé par calcul la coordonnée manquante de B : $y_B = 2$.