

Résoudre une équation de type $x^2 = A$

Règles générales pour résoudre l'équation $x^2 = A$.

Si $A < 0$ alors l'équation n'admet AUCUNE solution (le carré d'un réel n'est jamais négatif).

Si $A = 0$ alors $x = 0$

Si $A > 0$ alors l'équation admet DEUX solutions : $x = \sqrt{A}$ ou $x = -\sqrt{A}$

Lien avec l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$x^2 = A \Leftrightarrow x^2 - A = 0$, supposons que A soit positif, alors \sqrt{A} existe et on a :

$$x^2 - A = x^2 - (\sqrt{A})^2 = (x - \sqrt{A})(x + \sqrt{A})$$

On a donc : $x^2 = A \Leftrightarrow (x - \sqrt{A})(x + \sqrt{A}) = 0$ et par la résolution d'une équation produit nul, on retrouve les deux solutions.

Exemples de résolution, niveau 1.

$$x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 = -8$$

$-8 < 0$ donc il n'existe aucune solution à l'équation.

$$x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 8$$

$8 > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$$x = \sqrt{8} \text{ ou } x = -\sqrt{8}.$$

$$(x - 4)^2 = 16 - 8x$$

$$x^2 - 8x + 16 = 16 - 8x$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 0$$

L'équation admet comme seule solution $x = 0$.

Exemple de résolution, niveau 2.

$$(x - 6)^2 = 49$$

$49 > 0$ donc l'équation $X^2 = 49$ admet deux solutions : $X = \sqrt{49} = 7$ ou $X = -\sqrt{49} = -7$

Ainsi on a :

$$x - 6 = 7 \text{ ou } x - 6 = -7$$

$$x = 13 \text{ ou } x = -1$$

Conclusion : l'équation $(x - 6)^2 = 49$ admet deux solutions : -1 et 13

$$(2 - 3x)^2 = 25$$

$25 > 0$ donc l'équation $X^2 = 25$ admet deux solutions : $X = \sqrt{25} = 5$ ou $X = -\sqrt{25} = -5$

Ainsi on a :

$$2 - 3x = 5 \text{ ou } 2 - 3x = -5$$

$$-3x = 3 \text{ ou } -3x = -7$$

$$x = -1 \text{ ou } x = \frac{7}{3}$$

Conclusion : l'équation $(2 - 3x)^2 = 25$ admet deux solutions : -1 et $\frac{7}{3}$