

Ruffini

La règle de Ruffini permet de calculer plus rapidement le résultat de la division d'un polynôme $P(x)$ de degré ≥ 2 par un binôme de type $(x - k)$; on écrit $P(x) = (x - k) Q(x) + R$.

Exemple illustré : division de $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x + 5$ par $(x - 4)$.

On sait que le quotient $Q(x)$ sera de degré 2 (car on effectue la division d'un polynôme de degré 3 par un polynôme de degré 1, or $3 - 1 = 2$).

On aura donc : $Q(x) = ax^2 + bx + c$.

Pour utiliser la méthode de Ruffini, on n'écrit que les coefficients.

On trace deux droites verticales et une horizontale, on inscrit les coefficients de $P(x)$. On inscrit 0 si un coefficient est manquant. A droite de la deuxième droite verticale, on écrit le terme constant (ici 5).

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline & & & & \end{array}$$

On inscrit en bas à gauche la valeur de k : ici 4.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & & & & \end{array}$$

On calcule maintenant la valeur des coefficients du quotient. On commence par recopier la valeur du premier coefficient sans le modifier.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & 2 & & & \\ & \downarrow & & & \\ & 2 & & & \end{array}$$

On respecte le procédé suivant : on effectue la multiplication entre 4 et 2, on inscrit le résultat

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & 2 & & & \\ & +8 & & & \\ \hline & 2 & & & \end{array}$$

On inscrit le résultat de la somme entre -4 et $+8$.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & & +8 & & \\ \hline & 2 & +4 & & \end{array}$$

On effectue le produit entre 4 et 4.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & 2 & & & \\ & +8 & +16 & & \\ \hline & 2 & +4 & & \end{array}$$

On effectue la somme entre $+7$ et $+16$.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & & +8 & +16 & \\ \hline & 2 & +4 & +23 & \end{array}$$

On effectue le produit entre 23 et 4.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & & +8 & +16 & +92 \\ \hline & 2 & +4 & +23 & \end{array}$$

On effectue la somme entre $+5$ et $+92$.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -4 & +7 & 5 \\ \hline 4 & & +8 & +16 & +92 \\ \hline & 2 & +4 & +23 & +97 \\ & & & & P(x) & R \end{array}$$

On peut donc écrire : $Q(x) = 2x^2 + 4x + 23$ et $R = 97$.

$$2x^3 - 4x^2 + 7x + 5 = (x - 4)(2x^2 + 4x + 23) + 97.$$

Autres exemples (non détaillés) :

$$(x^5 - 3x^3 - 2) \div (x + 1)$$

	1	0	-3	0	0	-2
-1	-1	+1	+2	-2		+2
	1	-1	-2	+2	-2	0

Ruffini :

Réponse : $Q(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x - 2$ et $R = 0$

$$(-3x^3 + x^2 + 12x - 3) \div (x + 2)$$

	-3	+1	+12	-3
-2		+6	-14	4
	-3	+7	-2	1

Ruffini :

Réponse : $Q(x) = -3x^2 + 7x - 2$ et $R = 1$

$$\left(\frac{5}{2}x^3 + \frac{1}{2}x - 12 + x^4\right) \div (x + 3)$$

	1	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	-12
-3		-3	$\frac{3}{2}$	$-\frac{9}{2}$	12
	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	-4	0

Ruffini :

Réponse : $Q(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 4$ et $R = 0$

Pour avoir l'explication en italien : http://www.istitutoalberghieroteano.edu.it/matealberghiero/regola_di_Ruffini.htm