

Calcul littéral

Série 1 : Valeur numérique

Série 2 : Factorisation, réduction

Série 3 : Développement, réduction

Synthèse

1 Recopie les expressions suivantes en faisant apparaître les signes « × » sous-entendus.

$$A = 3x + 6$$

$$D = 4u(5 - 2u)$$

$$B = -5(2y + 7)$$

$$E = (4 + x)(3 - 4x)$$

$$C = 4w^2$$

$$F = 2a^2 + 4a - 5$$

2 Récris le calcul en remplaçant x par (-2) puis calcule la valeur de l'expression.

$$A = 3x + 5$$

$$C = 5(3 - x)$$

$$B = 3x(6 - 2x)$$

$$D = -4x(-5x + 5)$$

3 Un professeur a demandé de calculer la valeur de l'expression $A = 5x - 2(3x + 5)$ pour $x = -3$. Voici deux réponses qui ont été proposées. Pour chacune d'elle explique l'erreur qui a été commise.

a. $A = 5 - 3 - 2(3 - 3 + 5)$

$$A = 2 - 2 \times 5$$

$$A = 2 - 10$$

$$A = -8$$

b. $A = 5 \times (-3) - 2[3 \times (-3) + 5]$

$$A = -15 - 2 \times (3 \times 2)$$

$$A = -15 - 12$$

$$A = -27$$

4 Complète ce tableau avec les valeurs des expressions pour chaque valeur de a proposée.

	$a = 2$	$a = -5$	$a = -3$
a. $2a - 2$			
b. $-3a + 1$			
c. $-3(a + 4)$			
d. $-a(4 - a)$			

5 Quelle expression a la plus grande valeur numérique pour $x = 3$?

$$A = x^2 + 3x - 6$$

$$C = (3x - 2)(4 - x)$$

$$B = -5x^2 - x + 2$$

$$D = -3(2x + 6)(7x - 1)$$

6 Calcule les expressions suivantes pour $x = \frac{2}{3}$.

$$A = x + 2$$

$$C = 4(1 - x)$$

$$B = 2x - 3$$

$$D = x^2 - 4x + 1$$

7 Le problème de Léo Moser

Il s'agit de comparer les nombres :

$$A = \frac{n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24}{24} \text{ et } B = 2^{n-1}$$

où n est un nombre entier positif différent de 0.

a. Calcule A et B pour $n = 1$.

.....

b. Compare A et B pour $n = 2$.

.....

c. Compare A et B pour $n = 3$.

.....

d. Quelle conjecture peux-tu faire ?

.....

e. Compare A et B pour $n = 10$.

.....

f. La conjecture est-elle toujours vraie ?

.....

g. Détermine jusqu'à quelle valeur de n la conjecture est vraie.

.....

8 Le volume d'un cône est donné par la formule

$$V = \frac{\pi r^2 \times h}{3} \text{ où } r \text{ est le rayon de la base et } h \text{ la}$$

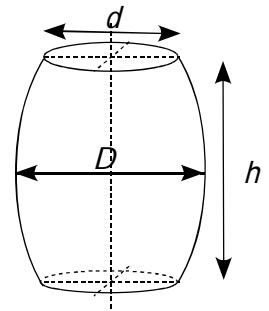
hauteur. Un verre forme conique à une hauteur de 17 cm et un rayon de base de 3 cm. Peut-il contenir 20 cL de liquide ?

.....

9 Le volume d'un tonneau est donné par la formule :

$$V = \frac{h\pi}{12} (2D^2 + d^2).$$

a. Calcule le volume arrondi au dixième de m^3 d'un tonneau dont les dimensions sont : $h = 1,4$ m ; $D = 1,1$ m et $d = 0,9$ m.



.....

b. Une barrique de type bordelaise a pour dimensions : $h = 0,94$ m ; $d = 0,565$ m et $D = 0,695$ m. Son volume dépasse-t-il 250 L ?

.....

10 La distance de freinage D_f d'un véhicule est donnée par la formule :

$$D_f = \frac{V^2}{254 \times f} \text{ où } V \text{ est la vitesse en km.h}^{-1} \text{ et } f \text{ est un coefficient qui dépend de l'état de la route.}$$

a. Sur route sèche, $f = 0,8$. Calcule la distance de freinage d'un véhicule roulant à 50 km.h^{-1} .

.....

b. Sur route mouillée, $f = 0,4$. Calcule la distance de freinage d'un véhicule roulant à 50 km.h^{-1} .

.....

c. Détermine D_f sur route sèche et sur route mouillée pour un véhicule roulant à 130 km.h^{-1} .

.....

1 Dans chaque cas, indique si l'expression est une somme algébrique (S) ou un produit (P).

$12 \times 5,3 + 5,3 \times (-6) : \dots\dots$		$3(x+5) : \dots\dots$
$3x+5 : \dots\dots$	$2y-5y+3y : \dots\dots$	$5u^2 : \dots\dots$
$(2-4a) \times (a+5) : \dots\dots$		$2-4a \times a+5 : \dots\dots$
$v^2+5v-4 : \dots\dots$	$(t-5s)^2 : \dots\dots$	$3u+6 : \dots\dots$
$4m^2+5m : \dots\dots$	$(4x+5)-(x+6) : \dots\dots$	

2 Recopie chaque expression en faisant apparaître un facteur commun comme dans l'exemple : $6x^2 + 4x = \underline{2x} \times 3x + \underline{2x} \times 2$.

- a. $13 \times 4,5 + 4,5 \times x = \dots\dots\dots$
- b. $5x - 4x + 3x = \dots\dots\dots$
- c. $7a + a^2 - 6a = \dots\dots\dots$
- d. $9y^2 - 6y + 3y = \dots\dots\dots$
- e. $12x^2 + 6x + 18 = \dots\dots\dots$
- f. $-2n^2 - 4n - 6 = \dots\dots\dots$
- g. $1,7y^2 - 3,4y = \dots\dots\dots$

3 Factorise chaque expression suivante.

$A = 16 \times 4,7 - 6 \times 4,7$	$D = 3 \times x + 3 \times 2$
$B = 6y - 18$	$E = 4a^2 + 3a$
$C = 25m - 15$	$F = 2t^2 + t$

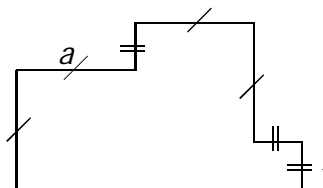
4 Réduis l'expression quand c'est possible.

- a. $4 + 5x \dots\dots\dots$
- b. $4 \times 5x \dots\dots\dots$
- c. $4x \times 5 \dots\dots\dots$
- d. $4x + 5x \dots\dots\dots$
- e. $4x \times 5x \dots\dots\dots$
- f. $4 - 5x \dots\dots\dots$
- g. $4x - 5x \dots\dots\dots$

5 Relie chaque expression à sa forme réduite.

$7x + 3 \bullet$	$\bullet 21x$
$7x + 3x \bullet$	$\bullet 10x$
$7x - 3x \bullet$	$\bullet 7x + 3$
$7x \times 3 \bullet$	$\bullet 25x$
$5x + 5x \bullet$	$\bullet 21x^2$
$7x \times 3x \bullet$	$\bullet 4x$

6 On souhaite déterminer le périmètre de la figure suivante en fonction de a .



a. Parmi les expressions suivantes entoure celles qui te semblent correctes.

- $a + 1 + a + a + 1 + 1 + 1 + a + a + a$
- $a + 1 + 2a + 2 + 2a + 1 + 3a$
- $a^2 + a^2 + a + 1$ $4a + 3$
- $4a + 3 + 4a + 1$ $2a + 2 + 2a + 2 + 2a$

b. Propose une expression la plus réduite possible.

7 Réduis chaque expression en factorisant et en effectuant les calculs qui sont possibles.

Exemple :	$E = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}x$
$A = 2x + 6x - 5x$	$\dots\dots\dots$
$A = (2 + 6 - 5) \times x$	$\dots\dots\dots$
$A = 3x$	$\dots\dots\dots$
$B = 5x^2 + 3x^2$	$\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$C = 5u - u$	$\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$D = a^2 - 5a^2 + 2a^2$	$\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$

8 Regroupe les termes qui ont un facteur commun autre que 1 puis réduis l'expression.

$$A = 5X - 4 + 7X - 8X + 6$$

.....

.....

.....

.....

$$B = -4y + 5 - 2y^2 + y - 8y^2 - 3y - 11$$

.....

.....

.....

.....

9 Réduis les expressions suivantes.

$$C = -3X + 5 - 7X + 2X - 6X - 6$$

.....

.....

.....

.....

$$D = 4X - 5 + 6X^2 + 4 - 2X^2 - X + X^2 - 7X$$

.....

.....

.....

.....

10 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$E = 4X + (5 - 8X)$$

$$G = (5X + 4) + (-3X - 2)$$

.....

.....

.....

.....

$$F = 9,5 + (-7X + 8,2)$$

$$H = 11,7 + (-4 + 8X - 9)$$

.....

.....

.....

.....

11 Complète le tableau.

	Expression	Son opposé
a.	$4X - 3$	
b.	$-3X + 7$	
c.	$2X^2 - 3X + 5$	
d.	$-X^2 + (-3)X + 1$	

12 Supprime les parenthèses puis réduis chaque expression.

$$K = 5X - (2X - 3)$$

$$M = 4 + 6X - (-2X + 7)$$

.....

.....

.....

.....

$$L = 3X^2 - (4X^2 - X + 5)$$

$$N = -5X - (-5X^2 + X - 1)$$

.....

.....

.....

.....

13 Supprime les parenthèses puis réduis chaque expression.

$$P = (-5X + 7) - (8 - 3X) + X$$

.....

.....

.....

.....

$$Q = 3X - (-5 + X) + (-3X + 3)$$

.....

.....

.....

.....

$$R = -4X^2 - (2X^2 - 3X + 1) + (-2X + 3)$$

.....

.....

.....

.....

1 Produit ?

a. Souligne ci-dessous les expressions qui sont des produits et entoure leurs facteurs.

$A = 5 \times x - 4$

$B = 5 \times (a - 4)$

$C = 4y \times (-3y)$

$D = 5(2x + 6)$

$E = (-2 + x) \times 5x$

$F = 3u + 2(u - 5)$

$G = (3x + 2)(x - 5)$

$H = 3v + 2 \times v - 5$

b. Parmi les expressions précédentes, lesquelles pourrais-tu développer ?

.....

2 Indique si les égalités ci-dessous sont justes ou fausses en justifiant ta réponse.

a. $3 \times (x + 2) = 3 \times x + 2$

.....

b. $-2(u - 5) = -2u - 10$

.....

c. $4 \times (-3x) = 4 \times (-3) \times 4 \times x$

.....

d. $2x(3x + 5) = 6x^2 + 10x$

.....

e. $(x + 3)(x + 2) = x + 3 \times x + 2$

.....

3 Développe et réduis chaque expression.

$A = 3 \times (x + 5)$

.....

.....

$B = 3x \times (-4 + x)$

.....

.....

$C = 3(b - 4)$

.....

.....

$D = -w(-1 + w)$

.....

.....

$E = -4(7 + u)$

.....

.....

$F = -2y(3y + 5)$

.....

.....

$G = -2(5x - 1)$

.....

.....

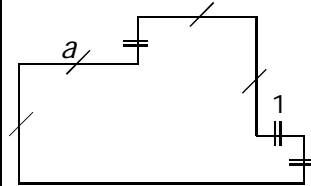
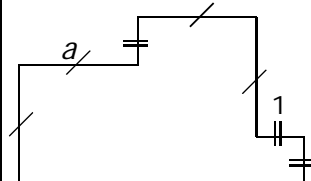
$H = -3a(6 - 5a)$

.....

.....

4 On a demandé d'exprimer l'aire de la figure en fonction de a .

a. Pour chaque proposition, indique le découpage utilisé.

	$a^2 + a(a + 1) + 1$
	$(a + 1)(2a + 1) - a - a$

b. Propose une autre expression.

.....

c. Montre que les différentes expressions peuvent s'écrire $2a^2 + a + 1$.

.....

.....

.....

5 Attention !

a. On considère l'expression $A = 3x + 5x(x - 2)$.

- Ajoute des crochets autour de l'opération prioritaire.
- Réduis l'expression A.

.....

b. On considère l'expression $B = 4 - 2(3 - 5u)$.

- Complète : $B = 4 + (\dots) \times (3 - 5u)$.
- Réduis l'expression B.

.....

.....

c. On considère l'expression $C = 3x - (2x + 5) \times 4$

- Ajoute des crochets autour de l'opération prioritaire.
- Réduis l'expression C.

.....

.....

.....

6 Réduis chaque expression.

$$E = 3X + 5X(4 - 2X) - 2(X^2 - 3X + 5)$$

.....

.....

.....

$$F = 8 + 2X - 2X(3X - 4) + 5X(3 - X)$$

.....

.....

.....

7 Complète la table de multiplication pour développer les expressions.

$$G = (2X - 3)(4 + X)$$

×	2X	- 3
4		
+ X		

.....

.....

$$H = (V - 4)(2V - 3)$$

×		

.....

.....

8 Développe puis réduis chaque expression.

$$I = (X + 1)(X + 5)$$

.....

.....

$$J = (4X + 5)(2X + 6)$$

.....

.....

.....

$$K = (5U + 1)(2 - 3U)$$

.....

.....

.....

$$L = (-3 + n)(-2n - 5)$$

.....

.....

.....

9 Développe puis réduis chaque expression.

$$L = (4Z + 3)^2$$

$$L = (\dots + \dots)(\dots + \dots)$$

.....

.....

.....

$$M = 6 + (5y - 2)(3 - 4y)$$

.....

.....

.....

$$N = 5Z - (4Z + 3)(-2Z - 5)$$

.....

.....

.....

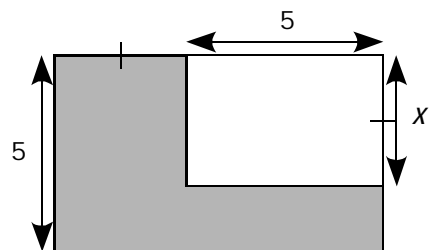
$$P = 6(2X - 1)(3 - X)$$

.....

.....

.....

10 Exprime l'aire de la partie grise en fonction de X.



.....

.....

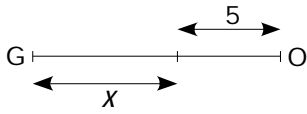
.....

.....

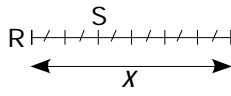
.....

1 Longueurs

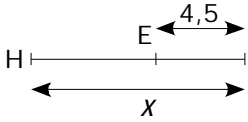
a. Exprime les longueurs en fonction de x .



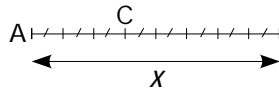
GO =



RS = x

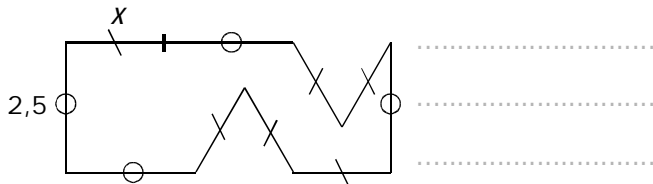


HE =



AC = x

b. Exprime le périmètre de la figure ci-dessous en fonction de x .



2 Soit le programme de calcul suivant :

- Choisis un nombre ;
- Soustrais 8 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par -4 ;
- Ajoute le quadruple du nombre de départ.

a. Exécute ce programme de calcul :

pour $x = 3$

.....

pour $x = -2$

.....

b. Que remarques-tu ?

.....

c. Quelle expression obtiens-tu si le nombre de départ est x ?

.....

d. Explique alors ta réponse à la question c..

.....

3 Développe puis réduis chaque expression.

$A = 5(t + 3) + 2(3t + 4) - (5t - 3)$

.....

$B = -3y(2 + 5y) - 4(1 - 2y) + (3y^2 - 5y + 3)$

.....

$C = (4x - 1)(3x + 5) - (x - 7)$

.....

$D = (x + 5)(2x - 5) - (3x^2 - 7x + 5)$

.....

4 a. Applique le programme de calcul suivant pour deux valeurs de ton choix.

- Choisis un nombre ;
- Soustrais-le à 5 ;
- Multiplie le résultat par 4 ;
- Ajoute le triple du nombre de départ.

.....

b. Ahmed dit que ce programme pourrait ne contenir que deux instructions au lieu de quatre. Lesquelles ?

.....

.....

5 Soit $A = 4x^2 - (x + 3)(x - 2) + 2(x - 2)$.

a. Développe puis réduis l'expression A.

.....

.....

.....

b. Calcule A lorsque $x = -5$ puis lorsque $x = \frac{1}{2}$.

.....
-------	-------

6 Entiers consécutifs

a. Calcule, sur plusieurs exemples, la somme de quatre entiers consécutifs.

.....

.....

.....

b. Comment peut-on trouver le résultat juste en connaissant le premier entier ?

.....

.....

c. Pour montrer que cette conjecture est toujours vraie, on désigne le premier des quatre entiers par la lettre n . Exprime alors les trois autres.

d. Calcule alors la somme de ces quatre entiers et démontre ta conjecture.

.....

.....

.....

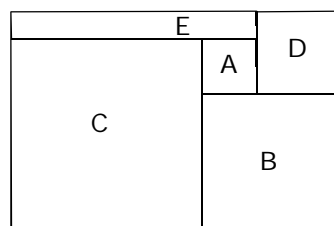
e. Que peux-tu dire de la somme de cinq entiers consécutifs ? Justifie.

.....

.....

.....

7 La figure ci-contre est composée des carrés A, B, C et D, on la complète par le rectangle E afin de former un grand rectangle.



a. Lorsque le côté du carré A est 2 cm et celui du carré B est 5 cm, quelle est l'aire du rectangle E ?

.....

.....

b. On appelle a le côté du carré A et b le côté du carré B. Exprime les dimensions des carrés C et D, et du rectangle E en fonction de a et de b .

.....

.....

.....

c. Exprime l'aire du rectangle E en fonction de a et de b . Donne la réponse sous forme d'une expression développée et réduite.

.....

.....

.....

d. Exprime l'aire du grand rectangle en fonction de a et de b .

.....

.....

.....

8 Dans un parc zoologique, les enfants paient 3 € de moins que les adultes. On appelle p le prix d'entrée d'un enfant. Aujourd'hui, 130 adultes et 140 enfants sont venus au zoo.

a. Exprime en fonction de p la recette réalisée par le zoo aujourd'hui.

.....

.....

.....

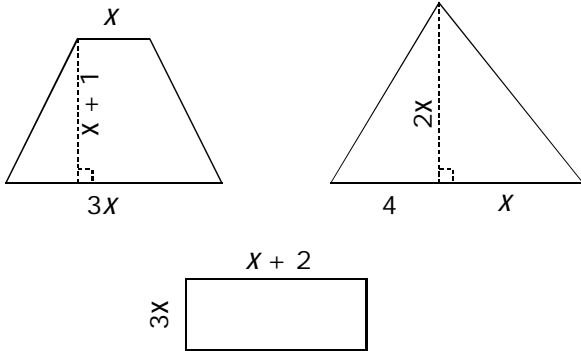
b. Développe et réduis l'expression obtenue dans la question **a.**

.....

.....

.....

9 Voici trois figures dont les dimensions sont données ci-dessous.



a. Détermine l'aire de chacune des trois figures en fonction de X .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Montre que la somme des aires de ces trois figures est la même que l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés mesure $3X$.

.....

.....

.....

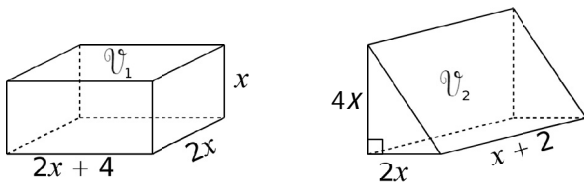
.....

.....

.....

.....

10 Montre que les deux solides ci-dessous ont le même volume.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 7 à son triple ;
- Multiplie le résultat par le nombre choisi ;
- Soustrais le nombre de départ.

a. Détermine le résultat obtenu pour le nombre de ton choix.

.....

.....

.....

.....

b. Exprime le résultat obtenu par le programme pour un nombre X .

.....

.....

.....

.....

c. Charles remarque qu'en choisissant un nombre entier, le programme donne toujours un multiple de 3. Justifie cette remarque.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12 Soit $A = n(n + 5) - n^2$

a. Développe et réduis A .

.....

.....

.....

.....

b. Déduis-en sans calculatrice le résultat de : $3456789120 \times 3456789125 - 3456789120^2$.

.....

.....

.....

.....