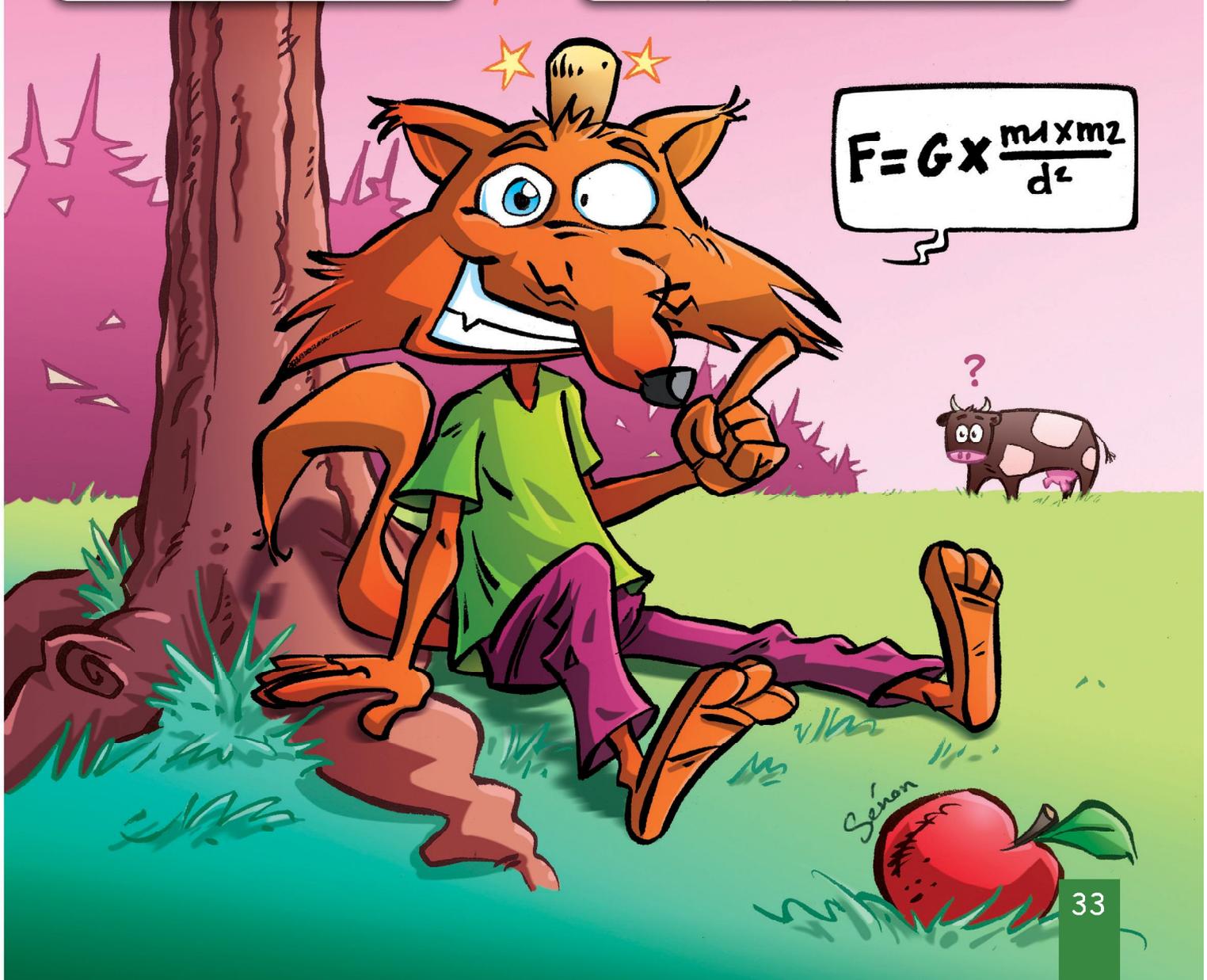


Calcul littéral et équations

N2



Activité 1 : Des situations...

1. Programmes

On considère les programmes de calcul suivants.

Programme A :

- Choisir un nombre ;
- Effectuer le produit de la différence du double du nombre et de 8 par la somme du nombre et de 3 ;
- Annoncer le résultat.

Programme B :

- Choisir un nombre ;
- Calculer son carré ;
- Lui soustraire la somme du nombre de départ et de 12 ;
- Multiplier le résultat par 2 ;
- Annoncer le résultat.

- Teste ces deux programmes avec comme nombres de départ : 4 ; - 1 et 1,6.
- Quelle conjecture peux-tu faire ?
- Démontre cette conjecture.

2. Impossible ?

Calcule $34\,356\,786\,456 \times 34\,356\,786\,447 - 34\,356\,786\,451^2$.

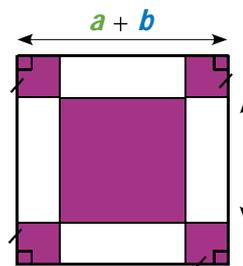
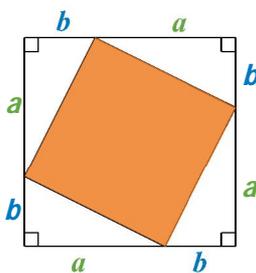
3. Arithmétique

Un entier relatif étant choisi, démontre la propriété suivante :

« Le produit de l'entier qui le précède par l'entier qui le suit, augmenté de 1 est le carré de cet entier. »

4. Comparaison

Soient deux carrés de côté $a + b$; a et b sont des nombres positifs.

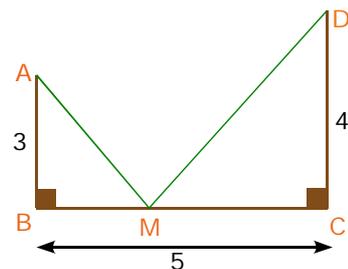


Les quadrilatères violets sont des carrés.

Les aires des surfaces coloriées sont-elles égales ?

5. Inconnue

Calcule à quelle distance de B ou de C doit se trouver le point M sur le segment [BC] pour qu'il soit à égale distance de A et de D.



Activité 2 : Carré d'une somme, d'une différence

1. Carré d'une somme, somme des carrés

- Calcule $(3 + 6)^2$ et $3^2 + 6^2$.
 a et b étant deux nombres, les nombres $(a + b)^2$ et $a^2 + b^2$ sont-ils égaux ?
- Pour plusieurs valeurs de a et b de ton choix, calcule la différence $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$.
Tu pourras utiliser un tableur.
Cette différence dépend-elle des valeurs que tu as choisies ? Si oui, précise comment.

2. Une identité remarquable : carré d'une somme

- a et b étant des nombres quelconques, en utilisant $(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$, développe et réduis $(a + b)^2$.
- Une illustration géométrique : construis un carré.

En considérant a et b comme des longueurs de segments, propose un découpage de ce carré permettant de traduire l'égalité obtenue à la question précédente par une égalité d'aires.

3. Carré d'une différence, deuxième identité remarquable

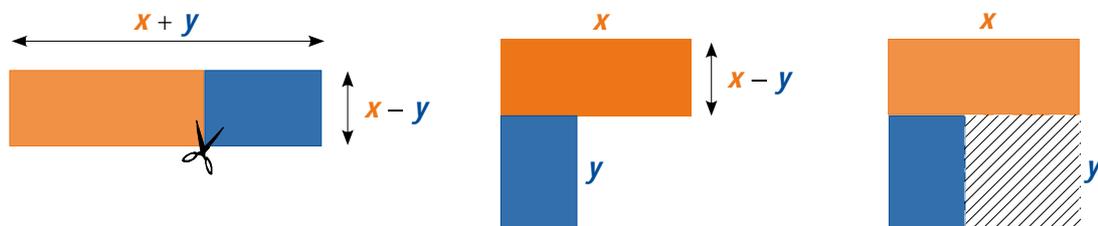
- a et b étant des nombres quelconques, développe et réduis $(a - b)^2$.
- Construis un carré et propose un découpage de ce carré pour donner une interprétation géométrique de cette égalité.

Activité 3 : Produit de la somme par la différence

1. Avec des nombres

- Développe $(1\ 000 - 3)(1\ 000 + 3)$. Que remarques-tu ?
Dédus-en, sans utiliser de calculatrice et sans avoir à poser de multiplication, le résultat de $997 \times 1\ 003$.
- Calcule de la même façon 491×509 .

2. Une illustration géométrique



Les rectangles bleus et oranges sont respectivement superposables ; x et y sont des nombres positifs, de plus x est strictement supérieur à y .

Traduis cette succession de figures par une égalité. Justifie ta réponse.

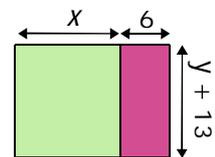
3. Une identité remarquable de plus

- a et b étant des nombres quelconques, développe et réduis $(a + b)(a - b)$.

Activité 4 : Calcul mental

1. Lisa prétend que pour calculer mentalement 15^2 , il suffit de faire $10^2 + 5^2$. Abdel, lui, dit qu'il faut rajouter 100 à ce que dit Lisa. Qui a raison ? Justifie ta réponse.
2. Calcule 54^2 sans avoir à poser de multiplication et sans utiliser de calculatrice mais en expliquant ta démarche.
3. En utilisant une identité remarquable, calcule mentalement 199^2 . Explique ta démarche.
4. Julie affirme qu'elle peut comparer les quotients $\frac{999\,999}{1\,000\,000}$ et $\frac{1\,000\,000}{1\,000\,001}$ sans utiliser de calculatrice et sans poser de multiplication. Qu'en penses-tu ?

Activité 5 : Factorisations avec facteur commun



1. Un rectangle est divisé en deux comme le montre la figure ci-contre. Exprime son aire de deux manières différentes.

2. Propriété

Recopie et complète : $k \times a + k \times b = \dots \times (\dots + \dots)$ $k \times a - k \times b = \dots$
 (k , a et b sont des nombres quelconques).

Quelle est la propriété utilisée ? Quelle action réalise-t-on ? Comment appelle-t-on k ?

3. Pour chacune des expressions suivantes et en utilisant la question précédente, indique quelle expression ou quel nombre peut jouer le rôle de k , quelles expressions ou quels nombres peuvent jouer le rôle de a et de b .

$$A = 7x + 14 \text{ (remarque : } 14 = 7 \times 2) ; \quad B = 8y + 7y ; \quad C = 6ab + 5a ; \quad D = 6m - 9m^2 ;$$

$$F = (7x + 5)(3x + 2) + (7x + 5)(x - 9) ; \quad G = (x - 4)(3x - 5) - (8x + 7)(3x - 5).$$

Transforme chacune de ces expressions en un produit de facteurs.

4. Écris l'expression $18x^2 + 6x$ sous la forme d'un produit dont un des facteurs est $6x$.

Activité 6 : D'autres factorisations

1. Voici trois expressions développées et réduites : $9x^2 - 4$; $9x^2 - 12x + 4$ et $9x^2 + 12x + 4$.
 Voici les expressions factorisées correspondantes : $(3x + 2)^2$; $(3x + 2)(3x - 2)$ et $(3x - 2)^2$.

- a. Sans développer, associe chaque forme réduite à sa forme factorisée en expliquant ta démarche.
- b. Contrôle tes réponses précédentes en développant les expressions factorisées.

2. On considère les expressions : $25x^2 + 30x + 9$; $4x^2 - 9$ et $x^2 - 8x + 16$.

- a. Indique pour chacune d'elles le « type » de l'identité remarquable dont elle peut être la forme développée ou réduite : $(a + b)^2$; $(a - b)^2$ ou $(a + b)(a - b)$?
- b. Identifie dans chaque cas qui peut « jouer les rôles » de a et de b puis factorise ces expressions. Vérifie tes réponses en les développant.

I - Développer avec des identités remarquables

→ ex 1 à 3

Propriétés

Pour tous nombres réels a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ; (a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Exemple 1 : Développe et réduis l'expression $(X + 3)^2$.

On utilise l'identité $(a + b)^2$ avec $a = X$ et $b = 3$.

$$(X + 3)^2 = X^2 + 2 \times X \times 3 + 3^2$$

→

On remplace a par X et b par 3 dans $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$(X + 3)^2 = X^2 + 6X + 9$$

→

On réduit l'expression obtenue.

Exemple 2 : Développe et réduis l'expression $(3X - 5)^2$.

On utilise l'identité $(a - b)^2$ avec $a = 3X$ et $b = 5$.

$$(3X - 5)^2 = (3X)^2 - 2 \times 3X \times 5 + 5^2$$

→

On remplace a par $3X$ et b par 5 dans $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Attention, le double produit n'est pas précédé du même signe que les deux carrés !

Attention ! $a = 3X$ donc $a^2 = (3X)^2 = 3^2 \times X^2 = 9X^2$.

$$(3X - 5)^2 = 9X^2 - 30X + 25$$

→

On réduit l'expression obtenue.

Exemple 3 : Développe et réduis l'expression $(7X + 2)(7X - 2)$.

On utilise l'identité $(a + b)(a - b)$ avec $a = 7X$ et $b = 2$.

$$(7X + 2)(7X - 2) = (7X)^2 - 2^2$$

→

On remplace a par $7X$ et b par 2 dans $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

$$(7X + 2)(7X - 2) = 49X^2 - 4$$

→

On réduit l'expression obtenue.

II - Factoriser avec un facteur commun

→ ex 4 et 5

Propriétés

Pour tous nombres réels a , b et k :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b) \text{ et } k \times a - k \times b = k \times (a - b).$$

Exemple 1 : Fais apparaître un facteur commun dans l'expression $A = 3y + 21$ puis factorise.

$$A = 3 \times y + 3 \times 7$$

→

On repère un facteur commun.

$$A = 3(y + 7)$$

→

On factorise.

Exemple 2 : Factorise l'expression $D = (9X - 4)(5X + 6) - (9X - 4)(3X + 11)$.

$$D = (9X - 4)(5X + 6) - (9X - 4)(3X + 11)$$

→

On repère un facteur commun.

$$D = (9X - 4)[(5X + 6) - (3X + 11)]$$

→

On factorise.

$$D = (9X - 4)[5X + 6 - 3X - 11]$$

→

On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets en faisant attention au signe « - ».

$$D = (9X - 4)(2X - 5)$$

→

On réduit l'expression à l'intérieur des crochets.

Exemple 3 : Factorise l'expression $E = (5x - 7)(9x - 2) - (5x - 7)^2$.

$E = (5x - 7)(9x - 2) - (5x - 7)(5x - 7)$	→	On repère un facteur commun.
$E = (5x - 7)[(9x - 2) - (5x - 7)]$	→	On factorise.
$E = (5x - 7)[9x - 2 - 5x + 7]$	→	On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets en faisant attention au signe « - ».
$E = (5x - 7)(4x + 5)$	→	On réduit l'expression à l'intérieur des crochets.

III - Factoriser avec des identités remarquables

→ ex 6

Propriétés

Pour tous nombres réels a et b :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 ; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 ; \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Exemple 1 : Factorise l'expression $A = x^2 + 6x + 9$.

$A = x^2 + 6x + 9$	→	On observe trois termes précédés du signe +.
$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$	→	On met en évidence l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.
$A = (x + 3)^2$	→	On remplace a par x et b par 3 dans $(a + b)^2$.

Exemple 2 : Factorise l'expression $B = 25x^2 - 20x + 4$.

$B = 25x^2 - 20x + 4$	→	On observe trois termes et des signes différents.
$B = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$	→	On met en évidence l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 5x$ et $b = 2$.
$B = (5x - 2)^2$	→	On remplace a par $5x$ et b par 2 dans $(a - b)^2$.

Exemple 3 : Factorise l'expression $C = 64x^2 - 49$.

$C = 64x^2 - 49$	→	On observe la différence de deux carrés.
$C = (8x)^2 - 7^2$	→	On met en évidence l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 8x$ et $b = 7$.
$C = (8x + 7)(8x - 7)$	→	On remplace a par $8x$ et b par 7 dans $(a + b)(a - b)$.

IV - Équation produit

→ ex 7

Propriété

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemple : Résous l'équation $(x + 3)(x - 7) = 0$.

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.

On en déduit que :

$x + 3 = 0$	ou	$x - 7 = 0$
$x = -3$	ou	$x = 7$

On teste les valeurs trouvées.

Pour $x = -3$: $(x + 3)(x - 7) = (-3 + 3)(-3 - 7) = 0 \times (-10) = 0$.

Pour $x = 7$: $(x + 3)(x - 7) = (7 + 3)(7 - 7) = 10 \times 0 = 0$.

Les solutions de l'équation produit $(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et 7 .

Exercices corrigés par animation



<http://manuel.sesamath.fr>

À toi de jouer!



1 Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x + 6)^2$$

$$D = (6x - 5)^2$$

$$B = (x - y)^2$$

$$E = (z + 3)(z - 3)$$

$$C = (3a + 1)^2$$

$$F = (4x - 7y)(4x + 7y)$$



2 Calcule en utilisant les identités remarquables et sans calculatrice.

a. 101^2

b. 99^2

c. 101×99



3 Recopie puis complète les expressions suivantes.

$$A = (x + \dots)^2 = \dots + 2 \times \dots \times \dots + 25$$

$$B = (\dots - 9)^2 = 4x^2 - \dots \times \dots \times \dots + \dots$$

$$C = (3x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$$

$$D = (5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 16$$



4 Écris chacune des expressions suivantes sous la forme $a(x + 7)$.

$$F = 4x + 28$$

$$H = 0,5x + 3,5$$

$$G = \frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$$

$$I = -5x - 35$$



5 Factorise les expressions suivantes.

$$J = 10x - 8$$

$$K = 6y^5 - 8y^2$$

$$L = 3x^2 + 4x$$

$$M = (x + 2)(x - 4) + (x + 2)(x - 5)$$



6 Factorise les expressions suivantes en utilisant une identité remarquable.

$$D = 16x^2 + 24x + 9$$

$$E = 49x^2 - 70x + 25$$

$$F = x^2 - 81$$



7 Résous les équations produits suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$

b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$

c. $(3x + 2)^2 = 0$



8 Trouve la (ou les) valeur(s) de x pour qu'un parallélogramme de base $(4x - 5)$ et de hauteur 7 et un rectangle de longueur $(3x + 1)$ et de largeur $(4x - 5)$ aient la même aire.



Tous ces exercices sont également corrigés à la fin du manuel.

Développer et réduire

1 Vrai ou faux ?

Justifie tes réponses.

- X^2 est toujours égal à $2X$.
- $(5X)^2$ est toujours égal à $5X^2$.
- $8X - 3$ est toujours égal à $5X$.
- $18X$ est toujours égal à $2 \times X \times 9$.
- $2X^2 + 9X$ est toujours égal à $11X^2$.
- $4X^2 + 5X + 9$ est toujours égal à $9 + 4X^2 + 5X$.

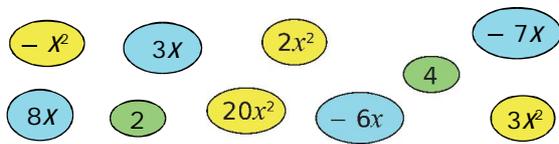
2 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$A = (3X^2 + 8) - (21 + X^2)$$

$$B = 17X - (5X^2 + 9 - 4X)$$

$$C = (4X^2 + 7X + 21) - (X^2 + 2X - 13)$$

3 Chasse aux bulles



Développe et réduis ces expressions en utilisant les bulles pour répondre. Chaque bulle ne doit être utilisée qu'une seule fois dans l'exercice.

$$A = 2X(X - 3)$$

$$B = (5X + 2) \times 4X$$

$$C = (X + 1)(4 - X)$$

$$D = (X - 2)(3X - 1)$$

4 Distributivité

Développe et réduis ces expressions.

$$A = \frac{11}{4} X(8X - 10)$$

$$B = (X + 9)(3 - 2X)$$

$$C = (3y + 5)(10 + y)$$

$$D = (Z - 2)(3 - Z)$$

$$E = 5(3g + 1)(g - 2)$$

$$F = (2X - 1)(X^2 + 3)$$

5 Développe et réduis ces expressions.

$$A = \frac{7}{3}(6X + 3) + \frac{5}{2}(4 - 2X)$$

$$B = 4(1 - 7y) + (4y - 5)(y - 1)$$

$$C = 3t(t + 1) + (5 + t)(t - 2)$$

$$D = (4k - 1)(9 + k) - 9k(10 - 3k)$$

$$E = (m + 2)(8 + 3m) - 2(1 - m)(m - 7)$$

6 Carré d'une somme

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (a + 6)^2$$

$$B = (t + 10)^2$$

$$C = (5p + 4)^2$$

$$D = (5X + 2)^2$$

$$E = (4X + 7)^2$$

$$F = (1,5b + 3,4)^2$$

$$G = (0,7 + 2Z)^2$$

$$H = (1,2 + y)^2$$

7 Carré d'une différence

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (5 - t)^2$$

$$B = (X - 8)^2$$

$$C = (4y - 1)^2$$

$$D = (3X - 7)^2$$

$$E = (6 - 9w)^2$$

$$F = (p - 2,4)^2$$

$$G = (10q - 1)^2$$

$$H = (1,4X - 1)^2$$

8 Une autre identité

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (X - 2)(X + 2)$$

$$B = (5 - y)(5 + y)$$

$$C = (3X + 5)(3X - 5)$$

$$D = (10 - 7Z)(10 + 7Z)$$

$$E = (5 + 4g)(5 - 4g)$$

$$F = (2,1X - 3)(2,1X + 3)$$

$$G = (2i + 6,1)(2i - 6,1)$$

$$H = (3,2j + 4)(4 - 3,2j)$$

9 Méli-mélo

Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (9X - 7)^2$$

$$B = (X + 9)(11 - 5X)$$

$$E = (X + 1)^2 + 7X(2 - X)$$

$$F = (X + 3)(2X - 1) - 3X(2X + 5)$$

$$G = (4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$$

$$H = 2(S + 5)(S - 5) + (4S + 3)^2$$

$$I = (3X + 4)^2 - (1 - 2X)(6 + X)$$

10 Avec des fractions

Développe puis réduis ces expressions.

a. $\left(n - \frac{1}{6}\right)^2$	d. $\left(4x - \frac{3}{8}\right)^2$
b. $\left(t + \frac{1}{4}\right)^2$	e. $\left(3x + \frac{7}{2}\right)^2$
c. $\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)$	f. $\left(\frac{2}{3}w + 5\right)\left(5 - \frac{2}{3}w\right)$

11 Recopie et complète les expressions.

a. $(\dots + 4)^2 = X^2 + \dots + \dots$
 b. $(y - \dots)^2 = \dots - 6y + \dots$
 c. $(\dots + 6)(\dots - \dots) = k^2 - \dots$
 d. $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 4$
 e. $(1 - \dots)(\dots + \dots) = \dots - 49x^2$
 f. $(\dots - 8)2 = \dots - 48x + \dots$
 g. $(\dots + \dots)(\dots - 3) = 100y^2 - \dots$

12 Calcule mentalement.

a. 99^2 c. 95×105 e. $1\,009^2$
 b. 102^2 d. 49^2 f. $1\,001 \times 999$

Factoriser

13 Vocabulaire

a. Recopie et complète la phrase.

« Quand on effectue une addition, les deux nombres additionnés s'appellent les ... et le résultat s'appelle ... »

b. Écris une phrase du même type pour la multiplication et une autre pour la soustraction.

14 Traduis par une phrase les expressions données.

Exemple :

$X(X + 1)$ est le produit de X par $(X + 1)$.

a. $5X^2 + 9$ d. $15 - 30X$
 b. $(X + 5)(12 - X)$ e. $(1 + 2X) + (X - 3)$
 c. $9X(8 + 13X)$ f. $(X + 7)^2$

15 Facteur commun pas très discret

a. Recopie chaque expression et souligne en couleur un facteur commun.

A = $5X + 2X + 10X$
 B = $27X^2 - 27X + 27$
 C = $9X(X - 3) + 9X(10 + 2X)$
 D = $(2X + 1)(8 + X) - (3X - 1)(2X + 1)$

b. Factorise chaque expression.

16 Facteur commun bien plus malin

a. Recopie chaque expression et transforme-la pour faire apparaître un facteur commun que tu souligneras en couleur.

E = $10X^2 - 5X + 15$
 F = $4X^2 + 7X$
 G = $9X^2(X + 1) + 6X(5 + X)$
 H = $(11X - 3)^2 + (11X - 3)(5 + 9X)$

b. Factorise chaque expression.

17 Sommes ou différences ?

Factorise ces expressions.

A = $t^2 + 81 + 18t$	D = $x^2 + 36 - 12x$
B = $4x^2 - 4xy + y^2$	E = $\frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2$
C = $81 + 16y^2 - 72y$	F = $\pi^2 + 10\pi + 25$

18 Différences de deux carrés

Factorise ces expressions.

A = $X^2 - 16$	E = $4\pi^2 - 25$
B = $1 - y^2$	F = $(t + 3)^2 - 16$
C = $100x^2 - 9$	G = $(2x + 1)^2 - 25$
D = $36 - 81z^2$	H = $(3i + 7)^2 - (i + 5)^2$

19 En mélangeant !

Factorise ces expressions.

A = $36 - 25x^2$	C = $2i(i + 1) + 2i(2 + i)$
B = $100 + 60x + 9x^2$	D = $b^2 - 10b + 25$
E = $(2 - x)^2 + (2 - x)(9 + x)$	
F = $(5x + 1)^2 - 81$	
G = $(7d + 2)^2 - (3d + 4)^2$	

20 Calcule mentalement.

- a. $105^2 - 95^2$ c. $2\,008^2 - 8^2$
 b. $1\,001^2 - 1\,000^2$ d. $573^2 - 572^2$

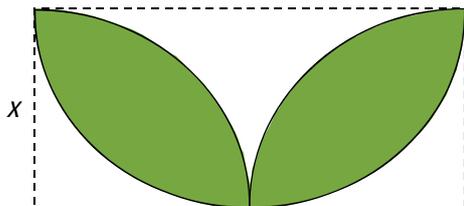
21 Plus fort que la machine ?

On note $V = 100\,000\,001^2 - 100\,000\,000^2$.

- a. Calcule mentalement V puis vérifie à la calculatrice ton résultat.
 b. Que peux-tu conclure ?
 c. Reprends les questions a. et b. avec le nombre $W = 987\,654\,321^2 - 12\,345\,679^2$.

Calcul littéral et problèmes

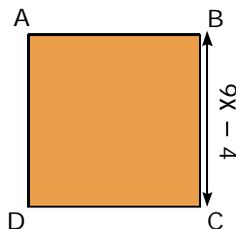
22 Aire



Exprime l'aire coloriée en fonction de x .

23 En fonction de...

- a. Exprime l'aire du carré ABCD en fonction de x puis développe l'expression ainsi obtenue.



- b. Calcule l'aire de ce carré lorsque $x = \frac{2}{3}$.

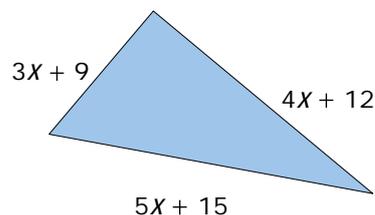
24 Carré

n désigne un nombre entier.

On pose $A = (3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$.

- a. Développe et réduis A .
 b. Montre que A est le carré d'un nombre entier.

25 Triangle rectangle



x est un nombre positif.

Montre que ce triangle est un triangle rectangle.

Résolution d'équations

26 Quel nombre pour chaque équation ?

Pour chaque équation, vérifie si les nombres 0 ; 2 et -1 sont solutions ou pas.

- a. $2(x + 1) + 5 = 7$
 b. $2(x + 1) + 5 = 6 + x$
 c. $2(x + 1) + 5 = 3x^2 - x + 1$
 d. $2(x + 1) + 5 = (x + 3)(4 - x)$

27 Quelle équation pour chaque nombre ?

- a. Écris une équation dont -4 n'est pas une solution.
 b. Écris une équation dont $3,1$ est une solution.
 c. Écris une équation dont $\frac{5}{7}$ est une solution.

28 Pour redémarrer

Résous les équations suivantes.

- a. $23 + 16x = 31$ d. $5x + 1 = 2x + 19$
 b. $3x - 14 = 9$ e. $8x + 3 = x + 15$
 c. $2,5x + 5,6 = 12$ f. $7,8i - 8 = 1,3i + 2$

29 Avec des quotients

Résous les équations suivantes.

- a. $\frac{x}{4} + 11 = 2x - 3$ c. $\frac{4 + 3x}{5} = \frac{7x - 1}{8}$
 b. $\frac{7x}{3} - 2 = \frac{5x}{6} + 1$ d. $\frac{6 - x}{3} = \frac{4x + 1}{2}$

47 Développements

Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x^2 + 2)^2$$

$$B = (2x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 8x^2$$

$$C = 2(3t - 5)^2 - 2(1 - 4t)^2$$

$$D = (1 + 4y)^2 - (2y + 3)^2 - (1 + 4y)(2y + 3)$$

48 Factorisations

Factorise les expressions suivantes.

$$E = (2x + 1)^2 + (2x + 1)$$

$$F = 3(2x - 3)^2 - (2x - 3)$$

$$G = (x + 4)(3x + 4) - x - 4$$

$$H = (3x + 7)(2x + 1) + (x - 4)(-2x - 1)$$

49 En deux coups de cuiller

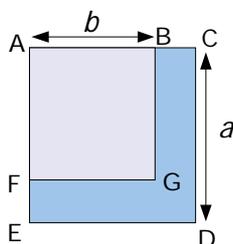
- Factorise $4x^2 - 9$.
- Déduis-en une factorisation de l'expression : $J = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$.
- Résous l'équation $J = 0$.

50 Calcul mental

- Développe et réduis l'expression : $K = (x + 15)^2 - (x - 15)^2$.
- Déduis-en le résultat de $1\,215^2 - 1\,185^2$.

51 Le champ

ABGF est un carré de côté b .
ACDE est un carré de côté a .



Un agriculteur possède le terrain BCDEFG et sait que l'aire de son terrain vaut $7\,200 \text{ m}^2$. Il décide un jour d'aller du point C au point E en passant par B, A et F. Arrivé en F, il a déjà parcouru 120 m . Quelle distance lui reste-t-il à parcourir pour arriver en E ?

52 Extrait du Brevet

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2).$$

- Développer et réduire E.
- Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$?
- Factoriser l'expression : $F = (4x + 1)^2 - (4x + 1)(7x - 6)$.
- Résoudre l'équation $(4x + 1)(7 - 3x) = 0$.

53 Extrait du Brevet

Soit $F = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 4)$.

- Développer et réduire F.
- Factoriser F.
- Calculer F pour $x = 1$ puis pour $x = 4,5$.

54 Résous les équations suivantes.

- $(x + 3)^2 - (x + 3)(2x - 1) = 0$
- $\left(6x - \frac{1}{7}\right)(x + 4) + \left(6x - \frac{1}{7}\right)(2x - 3) = 0$

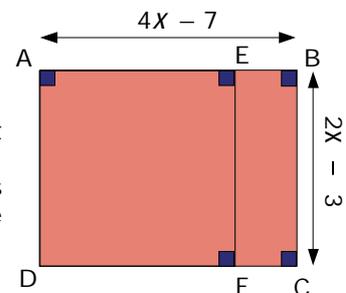
55 Un peu de géométrie

Combien vaut a pour que l'aire d'un rectangle de dimensions $\frac{a}{2}$ et 5 soit le double de l'aire d'un carré de côté a ?

56 Différence d'aires

On considère l'expression : $D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$.

- Développe et réduis D.
- Factorise D.
- Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle et AEFD est un carré. On suppose, dans cette question, que x est un nombre supérieur à 2.



Pour quelle(s) valeur(s) de x ($x > 2$), la différence entre l'aire du rectangle et l'aire du carré est-elle égale à 12 cm^2 ?

Exercices d'approfondissement

57 Le programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute 6.
- Multiplie la somme obtenue par le nombre choisi au départ.
- Ajoute 9 à ce produit.
- Écris le résultat.

a. Écris les calculs intermédiaires et donne le résultat fourni lorsque le nombre choisi est 2. Recommence avec -5 .

b. Écris ces deux résultats sous la forme de carrés de nombres entiers.

c. Démontre que le résultat est toujours un carré, quel que soit le nombre choisi au départ.

d. On souhaite que le résultat soit 16. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ ?

58 Différences de carrés

On considère la suite des carrés parfaits $1 ; 4 ; 9 ; 16 ; \dots$

a. Calcule $4 - 1$, puis $9 - 4$, puis $16 - 9$, puis $25 - 16$. Que constates-tu ?

b. Que peux-tu conjecturer à propos de la suite des différences de deux carrés successifs ? Démontre cette propriété.

c. Calcule mentalement $23^2 - 22^2$.

59 Extrait du Brevet

a. Développer les deux expressions $A = (6 - X)^2$ et $B = (6 - X)(4 - X)$.

b. Donner l'écriture développée et réduite de : $E = (6 - X)^2 - (6 - X)(4 - X) + 2(36 - X^2)$.

c. Factoriser E.

d. Résoudre l'équation $E = 0$.

e. Résoudre l'équation $E = 84$.

60 Extrait du Brevet

a. Développer et réduire l'expression : $P = (X + 12)(X + 2)$.

b. Factoriser l'expression : $Q = (X + 7)^2 - 25$.

c. ABC est un triangle rectangle en A. X désigne un nombre positif.

$BC = X + 7$ et $AB = 5$.

Faire un schéma et montrer que :

$$AC^2 = X^2 + 14X + 24.$$

61 Calcul littéral en toutes lettres

Traduis par une expression algébrique les phrases suivantes.

a. A est le carré de la somme du produit de 2 par X et de 3.

b. B est la différence des carrés de la différence du double de X et de 5 et de la somme de X et de 3.

62 Le programme de calcul (bis)

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Prends son triple.
- Soustrais 2.
- Prends le carré de cette différence.
- Soustrais 16 de ce produit.
- Écris le résultat.

a. Applique ce programme à 1 puis à $-\frac{1}{3}$.

b. Pour quel(s) nombre(s) de départ obtient-on un résultat nul ?

63 Calculatrice digitale

Pour calculer 6×8 , Jérôme a vu son professeur de mathématiques opérer de la façon suivante.

- Pour faire 6, avec la main droite je lève 1 doigt.
- Pour faire 8, avec la main gauche je lève 3 doigts.
- J'additionne les doigts levés des deux mains : $1 + 3 = 4$.
- Je multiplie le nombre de doigts baissés à droite par le nombre de doigts baissés à gauche : $4 \times 2 = 8$.
- Le résultat est 48.



a. Vérifie que cette astuce fonctionne pour 7×9 et pour 6×6 . (L'éventuelle retenue de la multiplication s'ajoute à la somme des doigts levés.)

b. Démontre cette méthode de calcul de $a \times b$ avec les doigts pour a et b compris entre 5 et 9.

64 Factorisations (bis)

Factorise les expressions suivantes.

a. $J = (3X + 5)^2 + 6X + 11$

b. $K = 4(2X + 1)^2 - 8X - 3$

c. $L = (2X + 1)^2 + 6(2X + 1) + 9$

d. $M = (3X - 7)^2 - (2X + 5)^2$