

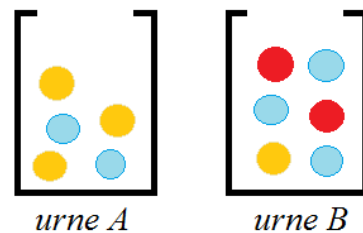
CONSTRUIRE UN ARBRE PONDERE

But : savoir construire un arbre pondéré

L'arbre pondéré est un outil mathématique permettant de calculer une probabilité dans le cas d'expériences aléatoires à deux étapes.

Etudions un exemple.

Considérons deux urnes : une urne A et une urne B.
 L'urne A contient trois boules jaunes et deux boules bleues.
 L'urne B contient trois boules bleues, deux boules rouges, une boule jaune.
 L'expérience consiste à piocher une boule au hasard dans l'urne A, puis dans l'urne B.



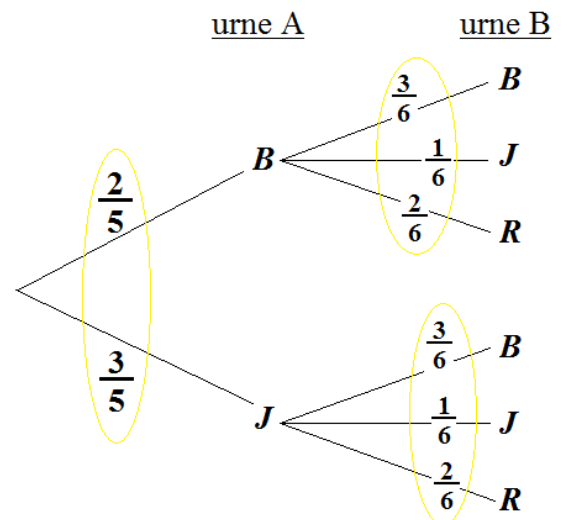
Etape 1 : si l'énoncé ne donne pas de nom pour les événements, il faut nommer les événements. J'appelle R : « la boule est rouge » ; J : « la boule est jaune » ; B : « la boule est bleue ».

Etape 2 : pour construire mon arbre pondéré, je vais respecter l'ordre des étapes données par l'énoncé. Le premier embranchement représente le fait de piocher dans l'urne A. Je peux piocher soit une boule jaune, soit une boule bleue. Je fais donc deux branches.

Etape 3 : je vais maintenant représenter le fait de piocher dans la deuxième urne. Pour cela, je pars de chaque issue possible de la première étape et je construis autant de branches qu'il y a d'issues possibles dans la deuxième urne.

Etape 4 : je vais rajouter les probabilités sur chaque branche.

Etape 5 : je vérifie mentalement que la somme des probabilités associées à chaque branche fasse bien 1 (ici, la somme de chaque « paquet » jaune).



A vous de jouer :

Un collégien a rangé ses chaussettes dans deux tiroirs. Dans le premier tiroir, il a 5 chaussettes rouges et 3 chaussettes bleues. Dans le deuxième tiroir, il a 9 chaussettes bleues et 3 chaussettes rouges. Il pioche une chaussette dans chaque tiroir.

Construire un arbre pondéré représentant la situation.

UTILISATION D'UN ARBRE PONDERE

But : savoir calculer la probabilité associée à un chemin dans l'arbre.

Méthode : la probabilité cherchée sera égale à la somme de toutes les probabilités rencontrées dans l'arbre pondéré lorsqu'on suit le chemin qui mène à l'issue désirée.

Un exemple :

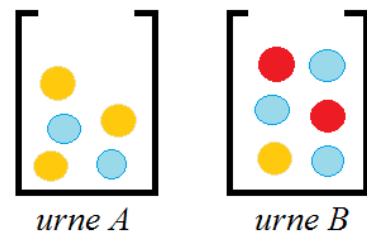
Considérons deux urnes : une urne A et une urne B.

L'urne A contient trois boules jaunes et deux boules bleues.

L'urne B contient trois boules bleues, deux boules rouges, une boule jaune.

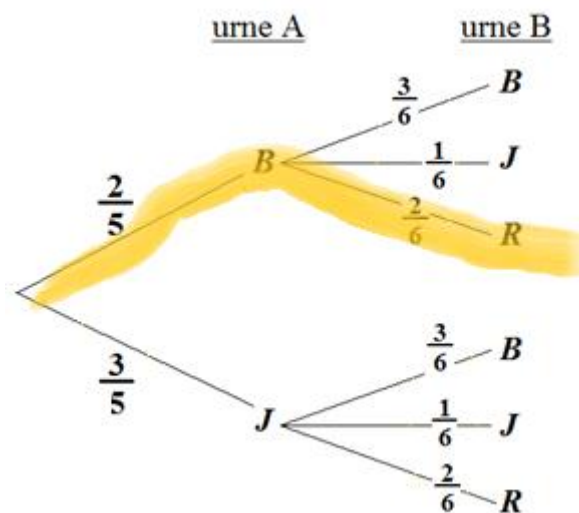
L'expérience consiste à piocher une boule au hasard dans l'urne A, puis dans l'urne B.

J'appelle R : « la boule est rouge » ; J : « la boule est jaune » ; B : « la boule est bleue ».



On veut connaître la probabilité d'obtenir une boule bleue, puis une boule rouge.

Voici l'arbre pondéré associé à l'expérience, sur lequel nous avons coloré le chemin correspondant à la probabilité cherchée : une boule bleue puis une boule rouge, soit **P(B et R)** ou encore **P(B∩R)**



Alors $P(B \text{ et } R) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$. Donc la probabilité de piocher une boule bleue et une boule rouge est de $\frac{2}{15}$.

A vous de jouer :

Calculer la probabilité d'avoir deux boules bleues, puis la probabilité d'avoir une boule jaune et une boule rouge.

UTILISATION DE L'ARBRE PONDERE

But : savoir calculer une probabilité qui nécessitera plusieurs chemins possibles dans l'arbre

Méthode : nous utiliserons un arbre pondéré

Exemple : considérons l'expérience aléatoire suivante et son arbre pondéré :

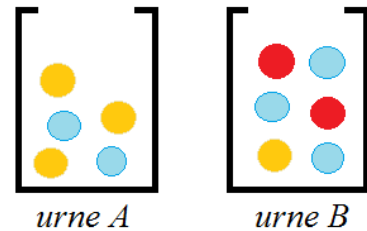
Considérons deux urnes : une urne A et une urne B.

L'urne A contient trois boules jaunes et deux boules bleues.

L'urne B contient trois boules bleues, deux boules rouges, une boule jaune.

L'expérience consiste à piocher une boule au hasard dans l'urne A, puis dans l'urne B.

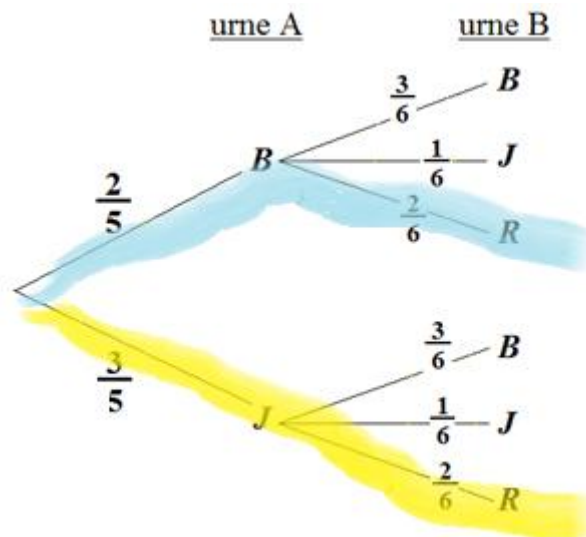
J'appelle R : « la boule est rouge » ; J : « la boule est jaune » ; B : « la boule est bleue ».



On veut connaître la probabilité d'avoir une boule rouge.

Remarquons qu'il y a deux cas possibles : Jaune et Rouge ; ou bien ; Bleue et Rouge.

Je vais donc calculer deux probabilités : P(J et R) et P(B et R) ; la probabilité que je cherche sera **la somme** de ces deux probabilités.



$P(J \text{ et } R) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{30}$; $P(B \text{ et } R) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{4}{30}$ donc la probabilité cherchée est $\frac{6}{30} + \frac{4}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.
J'ai une chance sur trois d'avoir pioché une boule rouge.

A vous de jouer :

Calculer la probabilité d'avoir deux boules de la même couleur.

CALCUL D'UNE PROBABILITE A L'AIDE D'UN TABLEAU

But : savoir construire un tableau pour résoudre un exercice de probabilités

Méthode : cet outil s'applique aux exercices de probabilités ayant deux étapes, qui peuvent être simultanées (c'est-à-dire qui peuvent se réaliser en même temps), comme le lancer de deux dés par exemple.

Exemples :

Considérons l'expérience suivante : on lance deux dés à six faces numérotés de 1 à 6, et on s'intéresse à la somme des deux nombres obtenus.

On considère les événements suivants :

A : « la somme est un nombre pair » ; B : « la somme fait six » ; C : « la somme est inférieure ou égale à 4 » ; D : « la somme est un nombre supérieur à 15 »

| Somme | | Deuxième dé | | | | | |
|------------|---|-------------|---|---|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Premier dé | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

On commence par construire l'extérieur du tableau (en bleu) ; puis on calcule pour remplir l'intérieur du tableau (cases avec le fond orange).

Au total, nous avons 36 cases.

Pour calculer nos probabilités, il nous suffira de compter les cases.

$$P(A) = \frac{\text{nombre de nombres pairs}}{\text{nombre de cases}} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{\text{nombre de 6}}{\text{nombre de cases}} = \frac{5}{36}$$

$$P(C) = \frac{\text{nombre de cases inférieures ou égales à 4}}{\text{nombre de cases}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(D) = \frac{\text{nombre de cases supérieures à 15}}{\text{nombre de cases}} = \frac{0}{36} = 0 \text{ (événement impossible)}$$

A vous de jouer :

On lance deux dés à six faces numérotés de 1 à 6 et on s'intéresse au produit des deux nombres obtenus. Calculer la probabilité des événements suivants : A : « le produit est supérieur à 10 » ;

B : « le produit est impair » ; C : « le produit est un 8 ou un 9 »