Exercice 1. (5 points)

$E = 36 - 12x + x^2 + (3 - 4x)(6 - x)$

1°) Développer, puis réduire l'expression E (1,25 point).

$E = 36 - 12x + x^2 + 18 - 3x - 24x + 4x^2$

$E = 5x^2 - 39x + 54$

2°) a) Factoriser l'expression $36 - 12x + x^2$ (1,25 point).

$36 - 12x + x^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times x + x^2 = (6 - x)^2$.

2°) b) En déduire une factorisation de E (1,25 point).

$E = 36 - 12x + x^2 + (3 - 4x)(6 - x)$

$E = (6 - x)^2 + (3 - 4x)(6 - x)$

$E = (6 - x)[(6 - x) + (3 - 4x)]$

$E = (6 - x)(9 - 5x)$

3°) Résoudre l'équation $E = 0$ (1,25 point).

$E = 0 \Leftrightarrow (6 - x)(9 - 5x) = 0$

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$6 - x = 0$ ou $9 - 5x = 0$

donc $x = 6$ ou $x = \frac{9}{5}$

vérification : si $x = 6$ alors le premier facteur $(6 - x)$ est nul donc le produit est nul

si $x = \frac{9}{5}$ alors le deuxième facteur $(9 - 5x)$ est nul donc le produit est nul.

Conclusion : l'équation $E = 0$ admet deux solutions : $\left\{6; \frac{9}{5}\right\}$.

Exercice 2. (3 points)

1°) Une raquette de tennis coûte 170€. Calculer son prix après une remise de 35%. (1 point)

35% de 170€ représentent $\frac{35}{100} \times 170 = 59,5$ et $170 - 59,5 = 110,5$.

Son prix après remise est de 110,5€. *(remise=réduction)*

2°) Une tenue de sport coûtant 82€ est affichée à 69,70€ pendant les soldes. Quel est le pourcentage de réduction ? (1 point).

82-69,7=12,3 donc la réduction est de 12,30€ ; $\frac{12,3}{82} \times 100 = 15$ donc le pourcentage de réduction appliqué est de 15%.

3°) Après une augmentation de 2,5% le loyer d'un appartement est de 533€. Quel était le loyer avant l'augmentation ? (1 point).

Pour obtenir un prix augmenté de 2,5% il faut multiplier le prix initial par 1,025. Donc pour retrouver le prix initial avant une augmentation de 2,5% alors il faut diviser le prix connu par 1,025.

533 : 1,025 = 520 donc le prix initial était 520€.

Exercice 3. (5 points)

Dans un repère orthogonal, on considère les points $A(3\,;57)$ et $B(-5\,;\,-95)$.

1°) f est la fonction linéaire dont la représentation graphique passe par A. Déterminer f. (1,5 pt)

f est une fonction linéaire donc de la forme $f(x) = ax$; $f(3) = 57$ et $\frac{57}{3} = 19$ donc $f(x) = 19x$.

2°) g est la fonction linéaire dont la représentation graphique passe par B. Déterminer g. (1,5 pt)

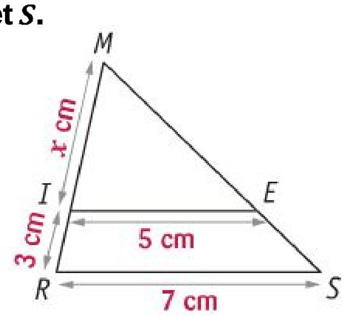
g est une fonction linéaire donc de la forme $g(x) = ax$; $g(-5) = -95$ et $-\frac{95}{-5} = 19$ donc $g(x) = 19x$.

3°) Justifier que les points A et B sont alignés avec l'origine du repère. (1 pt)

$f(x) = g(x)$ donc elles sont toutes les deux représentées par la même droite, donc les droites (OA) et (OB) sont confondues, donc les points A et B sont alignés avec l'origine du repère.

Exercice 4. (4 points)

Dans la figure ci-dessous, les points M, I et R sont alignés ainsi que les points M, E et S.
Les droites (IE) et (RS) sont parallèles.
x désigne la longueur MI en centimètres.



1°) Montrer que le nombre x vérifie : $7x = 5x + 15$. (2 points)

Dans le triangle MRS, $I \in [MR]$, $E \in [MS]$ et les droites (IE) et (RS) sont parallèles.
On sait que $MI = x$, $MR = x + 3$, $IE = 5cm$ et $RS = 7cm$.
Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{MI}{MR} = \frac{ME}{MS} = \frac{IE}{RS}$ d'où $\frac{MI}{MR} = \frac{IE}{RS}$

On a donc $\frac{x}{x+3} = \frac{5}{7}$ et en utilisant le produit en croix, j'obtiens $7x = 5(x + 3)$.

2°) En déduire la longueur MI. (2 points)

$7x = 5x + 15 \Leftrightarrow 2x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2} = 7{,}5cm$.

On a calculé que $MI = 7{,}5cm$.

Exercice 5. (6 points)

A. Calcul d'une valeur approchée de la hauteur BH.

1°) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$, arrondie au degré près. (1,5 point)

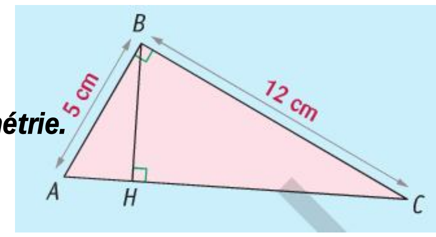
Le triangle ABC est rectangle en B donc j'utilise la trigonométrie, $\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$

D'après ma calculatrice, $\widehat{BCA} \approx 23°$.

2°) En déduire une valeur approchée de la longueur BH. (1,5 point)

Le triangle BHC est rectangle en H, donc j'utilise la trigonométrie, $\sin \widehat{HCB} = \frac{BH}{BC}$

donc $BH = BC \times \sin \widehat{HCB}$
$BH = 12 \times \sin(23)$
$BH \approx 4{,}7$cm. La longueur BH mesure environ 4,7cm.



B. Calcul de la valeur exacte de la hauteur BH en utilisant la trigonométrie.

1°) Calculer la valeur exacte de la longueur AC. (1 point)

Le triangle ABC est rectangle en B donc j'utilise l'égalité de Pythagore.
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 5^2 + 12^2$
$AC^2 = 25 + 144$
$AC^2 = 169$ donc $AC = 13$.

2°) Exprimer de deux façons différentes $\sin(\widehat{BCA})$. (1 point)

Les points C, H, A étant alignés, $\widehat{BCA} = \widehat{BCH}$.

Le triangle ABC est rectangle en B donc $\sin(\widehat{BCA}) = \frac{BA}{AC} = \frac{5}{13}$

Le triangle BHC est rectangle en H donc $\sin(\widehat{BCH}) = \sin(\widehat{BCA}) = \frac{BH}{BC}$

3°) En déduire la valeur exacte de la longueur BH. (1 point)

$\frac{BH}{BC} = \frac{5}{13}$ donc $\frac{BH}{12} = \frac{5}{13}$ donc $BH = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}$.

La valeur exacte de la longueur BH est $\frac{60}{13}$.

Exercice 6. (5 points)

Question 1 :	A			
Question 2 :		B		
Question 3 :			C	
Question 4 :		B		D
Question 5 :		B	C	