

Exercice 1

(4 points)

d'après Amérique du Sud, novembre 2010.

$$A = \frac{927}{486-13 \times 8}$$

$$A = \frac{927}{927}$$

$$A = \frac{486-104}{927}$$

$$A = \frac{927}{382}$$

$$A \approx 2,43$$

$$B = \frac{3 \times 10^5 - 6 \times 10^3}{3 \times 10^{11}}$$

$$B = \frac{300\,000 - 6\,000}{3 \times 10^{11}}$$

$$B = \frac{294\,000}{3} \times 10^{-11}$$

$$B = 98\,000 \times 10^{-11}$$

$$B = 9,8 \times 10^{-7}$$

$$C = \sqrt{\frac{442,5 - 7^2 \times 2,5}{5}}$$

$$C = \sqrt{\frac{442,5 - 49 \times 2,5}{5}}$$

$$C = \sqrt{\frac{442,5 - 122,5}{5}}$$

$$C = \sqrt{\frac{320}{5}}$$

$$C = \sqrt{64}$$

$$C = 8$$

$D \approx 0,213$ et $C \approx 0,213$ donc les nombres semblent égaux, mais il faut le démontrer.

Je sais que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$.

Je cherche à savoir si $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{1} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

Alors j'aurai $D = C$

si je trouve $(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 1$.

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 6 - 5$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 1$$

Conclusion : $D = C$.

Exercice 2

(4 points)

d'après Liban, juin 2009.

$$A = \frac{1}{4}((1+5)^2 - (1-5)^2)$$

$$A = \frac{1}{4}(6^2 - 4^2)$$

$$A = \frac{1}{4}(36 - 16)$$

$$A = \frac{1}{4} \times 20$$

$$A = 5$$

$$A = \frac{1}{4}((-2-3)^2 - (-2+3)^2)$$

$$A = \frac{1}{4}((-5)^2 - 1^2)$$

$$A = \frac{1}{4}(25 - 1)$$

$$A = \frac{1}{4} \times 24$$

$$A = 6$$

$$A = \frac{1}{4}((a+b)^2 - (a-b)^2)$$

$$A = \frac{1}{4}((a^2 + 2ab - b^2) - (a^2 - 2ab + b^2))$$

$$A = \frac{1}{4}(a^2 + 2ab - b^2 - a^2 + 2ab - b^2)$$

$$A = \frac{1}{4}(a^2 - a^2 + b^2 - b^2 + 2ab + 2ab)$$

$$A = \frac{1}{4} \times 4ab$$

$$A = ab$$

donc Alexis a raison.

Exercice 3

(4 points)

d'après Polynésie, juin 2009.

1. Déterminer le PGCD de 260 et 90 en détaillant les calculs intermédiaires. (1,5 pt)

J'utilise l'algorithme d'Euclide avec les divisions euclidiennes $a = bq + r, r < b$.

a	b	q	r
260	90	2	80
90	80	1	10
80	10	8	0

Donc $PGCD(260; 90) = PGCD(90; 80) = PGCD(80; 10) = 10$ dernier reste non nul.

2. Pour réaliser un « tifaifai » (genre de couvre-lit), Tina doit découper les carrés dans un tissu de soie blanc rectangulaire de 260cm de long sur 90cm de large.

Tout le tissu doit être utilisé. Chaque carré de tissu découpé doit avoir le plus grand côté possible.

- a) Montrer que la longueur d'un côté est 10 cm. (1 pt)

Le nombre cherché doit être un diviseur de 260 et de 90, et le plus grand possible. Le nombre cherché correspond donc au PGCD des nombres 260 et 90 ; et d'après la question précédente, $PGCD(260; 90) = 10$.

- b) Combien de carrés pourra-t-elle obtenir ? (0,5 pt)

En largeur elle aura $260 : 10 = 26$ carrés, en longueur elle aura $90 : 10 = 9$ carrés, donc au total, elle aura $26 \times 9 = 234$ carrés.

3. Sur certains carrés, elle veut faire imprimer un « tiki » et sur d'autres, un « tipanier ». Une société lui propose le devis suivant créé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	Impression du motif	Prix unitaire en F	Quantité	Prix total en F
2	Tiki	75	117	8775
3	Tipanier	80	117	9360
4				
5	Total			

Pour obtenir le prix total des impressions des carrés, quelle formule doit-on saisir dans la cellule D5 ?

Parmi les quatre formules proposées, recopier la bonne formule :

(1 pt)

D2+D3

=SOMME(D2 :D3)

9 360+8 775

=SOMME(D2 ;D5)

Exercice 4

(5 points)

d'après Liban, juin 2010

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chaque question, indiquer sur la copie son numéro et recopier la réponse exacte.

Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1°) $f(x)$ est de la forme $ax + b$. La valeur de a est	3	-2	2
2°) L'image de 0 par f est	1	1,5	3
3°) La droite qui représente la fonction f passe par le point	$A(-1; 1)$	$B(-1; 5)$	$C(1; -18)$
4°) L'antécédent de 4 par la fonction f est	-5	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$
5°) La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en	$D(1,5; 0)$	$E(0; 3)$	$F(0; 2)$

Exercice 6

(7 points)

d'après Amérique du Nord, juin 2010

M. Dubois réfléchit à son déménagement. Il a fait réaliser deux devis.

1. L'entreprise A lui a communiqué le graphique en annexe. Celui-ci représente le coût du déménagement en fonction du volume à transporter.

a) Quel serait le coût pour un volume de 20 m^3 ? Vous laisserez vos traits apparents.

(1 pt)

Le coût serait de 600€.

b) Le coût est-il proportionnel au volume transporté ? Justifier.

(1 pt)

Oui, car la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

c) Soit g la fonction qui à x , volume à déménager en m^3 , associe le coût du déménagement avec cette entreprise. Exprimer $g(x)$ en fonction de x .

(1 pt)

$g(x) = ax$ avec $a = \frac{\text{ordonnée}}{\text{abscisse}}$; je lis que le point $(20; 600)$ est sur la droite donc $a = \frac{600}{20} = 30$ d'où $g(x) = 30x$.

2. L'entreprise B lui a communiqué une formule : $f(x) = 10x + 800$ où x est le volume (en m^3) à transporter et $f(x)$ le prix à payer (en €).

a) Calculer $f(80)$. Que signifie le résultat obtenu ?

(1 pt)

$f(80) = 10 \times 80 + 800 = 800 + 800 = 1\,600$. C'est le prix à payer, en euros, pour un volume de 80 m^3 à déménager.

b) Déterminer par calcul l'antécédent de 3 500 par la fonction f .

(1 pt)

Je cherche x tel que $f(x) = 3\,500 \Leftrightarrow 10x + 800 = 3\,500 \Leftrightarrow 10x = 2\,700 \Leftrightarrow x = 270$.

L'antécédent de 3 500 par f est 270.

c) Représenter graphiquement la fonction f sur le graphique présenté en annexe. (1 pt)

Voir le graphique.

3. M. Dubois estime à 60 m^3 le volume de son déménagement. Quelle société a-t-il intérêt à choisir ? Vous justifierez graphiquement votre réponse en laissant vos traits apparents. (1 pt)

D'après la représentation graphique, M. Dubois a intérêt à choisir la société B car il ne paierait que 1400€ (contre 1800€ avec la société A).

Exercice 7 (3 points) *exercice inédit*

Ecrire tous les calculs permettant de justifier votre réponse. Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation de l'exercice.

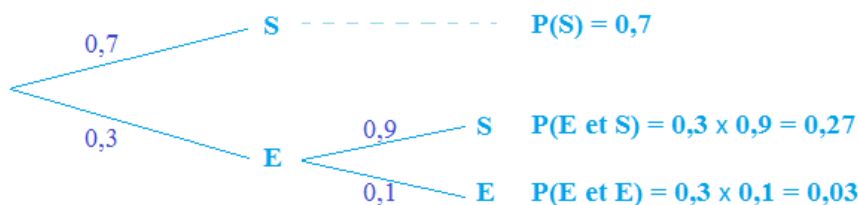
Un joueur de tennis a droit à 2 tentatives pour réussir sa mise en jeu. Il réussit sa première balle de service dans 70% des cas. Quand il échoue à son premier service, il réussit le second avec une probabilité de 0,9. Quelle est la probabilité qu'il réussisse son service ? (au premier ou au deuxième coup)

Je construis un arbre pondéré :

J'appelle S : « succès », et E : « échec », on a $S = \bar{E}$.

Je sais que, pour le premier tir, $P(S) = 0,7$.

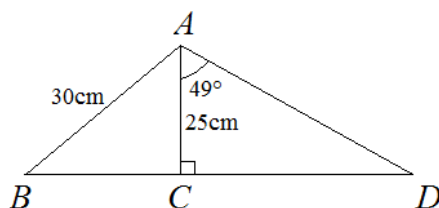
Pour le deuxième tir, si le premier est raté, alors $P(S) = 0,9$ donc $P(E) = 1 - 0,9 = 0,1$.



Alors la probabilité qu'il réussisse son service est $P(S) + P(E \text{ et } S) = 0,7 + 0,27 = 0,97$.

Exercice 8 (3 points) *d'après Amérique du Nord, novembre 2011*

On considère la figure suivante où les points B, C et D sont alignés. La figure n'est pas à l'échelle.



1. Calculer la valeur exacte de la distance BC.

Le triangle ABC est rectangle en C, donc j'utilise l'égalité de Pythagore.

$$BC^2 = AB^2 - AC^2 = 30^2 - 25^2 = 900 - 625 = 275 \text{ donc } BC = \sqrt{275} = \sqrt{25 \times 11} = 5\sqrt{11}.$$

2. Calculer l'arrondi de la distance BD au millimètre près.

Le triangle ACD est rectangle en C donc j'utilise la trigonométrie.

$$\tan \widehat{CAD} = \frac{CD}{CA} \text{ donc } CD = CA \times \tan \widehat{CAD} = 25 \times \tan 49 \approx 28,76 \text{ cm.}$$

$$\text{Comme } C \in [BD] \text{ on a } BD = BC + CD \approx 5\sqrt{11} + 28,76 \approx 16,58 + 28,76 \approx 45,34 \approx 45,3 \text{ cm.}$$

Exercice 9 (6 points) *exercice inédit.*

Le cube représenté en annexe 2 est un cube d'arête 6cm

On considère :

- Le point M milieu de l'arête $[AA']$
- Le point N milieu de l'arête $[A'D']$

1°) a) Tracer, sur le cube en annexe, la section du cube par le plan passant par $[MN]$ parallèlement à l'arête $[AB]$. (1 pt)

Voir annexe 2.

1°) b) La section obtenue est le quadrilatère $MNRP$. Quelle est sa nature ? Construire $MNRP$ en vraie grandeur sur l'annexe 2. (2 pt)

Voir annexe 2.

2°) On donne $AD' = 6\sqrt{2}$. Calculer la valeur exacte de MN (1 pt)

Dans le triangle $AD'A'$ on a M est le milieu de $[AA']$ et N est le milieu de $[A'D']$; de plus $A'D = 6\sqrt{2}$.
Propriété : dans un triangle, le segment qui a pour extrémités les milieux de deux côtés mesure la moitié du troisième côté.

$$\text{Conclusion : } MN = \frac{A'D}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

3°) a) Calculer l'aire du triangle $MA'N$. (1 pt)

Le triangle $MA'N$ est rectangle en A' car c'est un angle de la face du cube d'arête 6cm ;
 M est le milieu de $[AA']$ et N est le milieu de $[A'D']$ donc $A'N = A'M = 3\text{cm}$.

$$\text{Donc l'aire de ce triangle est } A_{MA'N} = \frac{A'M \times A'N}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5\text{cm}^2.$$

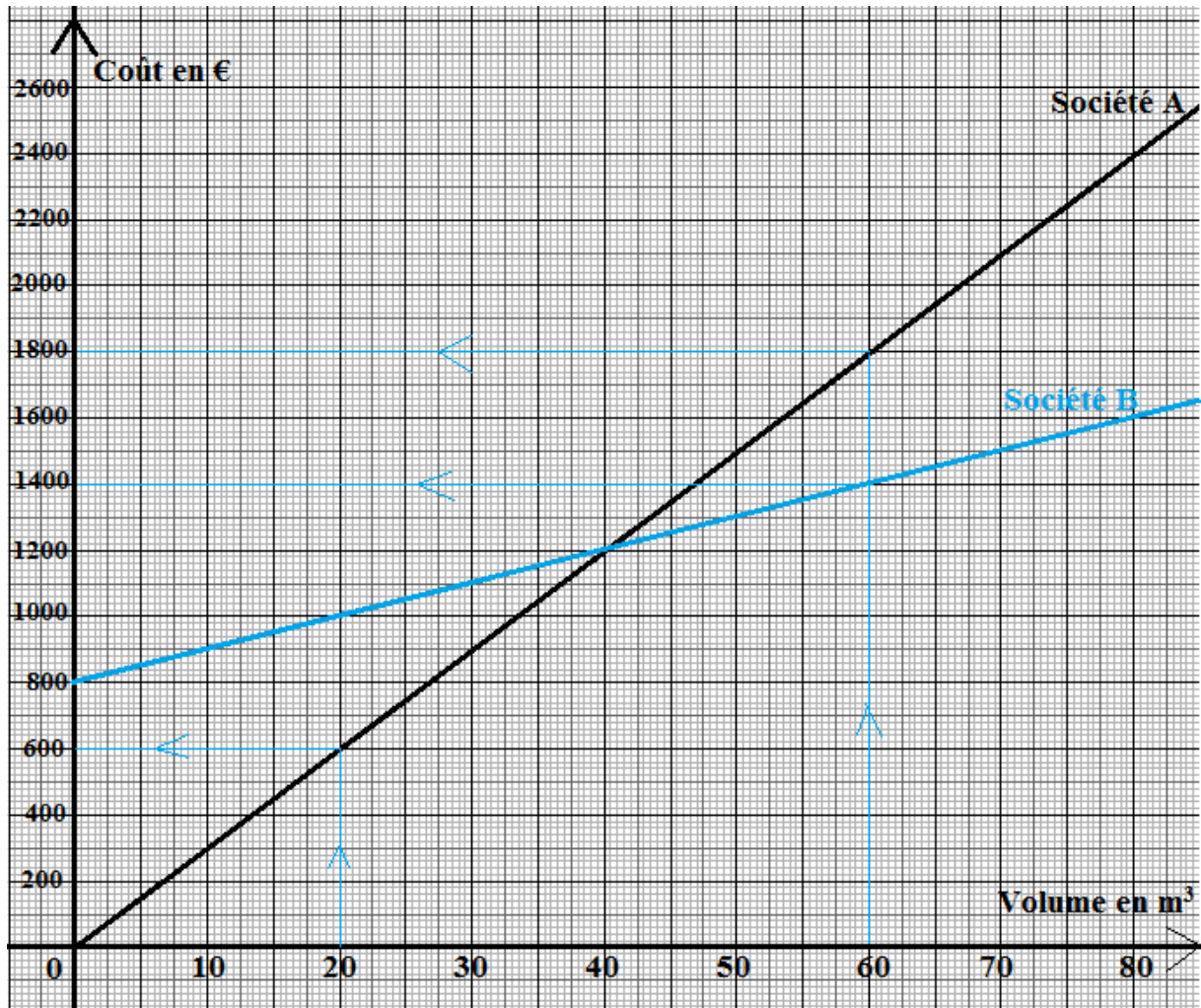
L'aire du triangle est $4,5\text{cm}^2$.

3°) b) Calculer le volume du prisme droit de base $MA'N$ et de hauteur $A'B'$. (1 pt)

$$\text{Le volume du prisme droit est } V = \frac{1}{3} \times A'B' \times A_{MA'N} = \frac{1}{3} \times 6 \times 4,5 = 9\text{cm}^3.$$

Le volume du prisme droit est 9cm^3 .

Exercice 6.

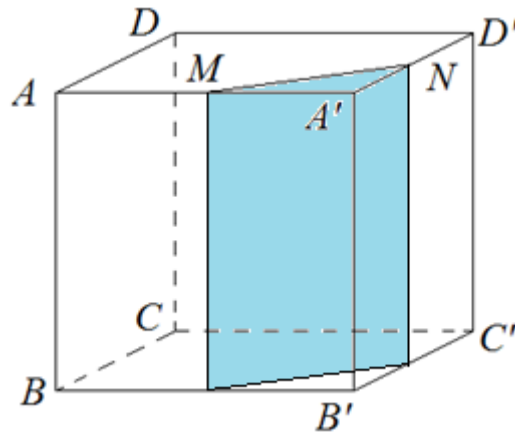


Annexe 2

NOM : **Corrigé**

exercice 9 (le dessin n'est pas représenté à l'échelle et n'est pas à reproduire)

Cube pour la question 1°) a)



Espace pour la question 1°) b)

