

SUITES ARITHMETIQUES - Définition

Une suite u est dite **arithmétique** lorsque chaque terme s'obtient en ajoutant au terme précédent un même nombre réel appelé **raison de la suite**, souvent noté r .

Une suite arithmétique s'exprime sous une des formes suivantes :

$$\text{Formule explicite} \\ u_n = u_0 + nr \quad ; \quad u_n = u_1 + (n-1)r$$

$$\text{Relation de récurrence} \\ \begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} u_1 \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$$

Dans ces formules, u_0 (ou u_1) représente le **terme initial**,
 n (ou $n-1$) représente le **nombre de termes**,
et r représente la **raison** de la suite.

On peut généraliser la formule explicite ainsi :

$$u_n = \text{terme initial} + \left(\begin{matrix} \text{nombre} \\ \text{de} \\ \text{termes} \end{matrix} \right) \times \text{raison}$$

Exemples :

1°) Parmi les suites définies ci-dessous, entourer celles qui sont arithmétiques, préciser dans ce cas la valeur de leur premier terme et la valeur de leur raison.

$$a_n = 5 - 3n \quad \left\{ \begin{array}{l} b_3 = 8 \\ b_{n+1} = b_n - 3 \end{array} \right. \quad c_n = 800 - 55n \quad \left\{ \begin{array}{l} d_0 = -2 \\ d_{n+1} = 3d_n - 2 \end{array} \right. \quad e_n = 1 + 2(n-1)$$

2°) Voici deux suites arithmétiques définies par leur formule explicite. Calculer les quatre premiers termes, puis déterminer leur relation de récurrence.

$$u_n = 3 - 5n$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$v_n = -5 + 2n$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3°) Voici deux suites arithmétiques définies par leur relation de récurrence. Calculer les quatre premiers termes, puis déterminer leur formule explicite.

$$\begin{cases} u_0 = -50 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$\begin{cases} v_0 = 9 \\ v_{n+1} = v_n - 1 \end{cases}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....