RACINES CARREES

Exercice n°1 :

Dans quel cas est-il possible de calculer la racine carrée du nombre proposé ? Répondre en écrivant “impossible” si la racine carrée n’existe pas, et en calculant la racine carrée lorsqu’elle existe :

$$A = -25 \quad ; \quad B = 64 \quad ; \quad C = 0{,}36 \quad ; \quad D = 121 \quad ; \quad E = 7 - 3 \quad ; \quad F = 3 - 7$$

Exercice n°2 :

Ecrire ces nombres sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible. Détailler les étapes.

$$A = \sqrt{108} \quad ; \quad B = \sqrt{75} \quad ; \quad C = \sqrt{98} \quad ; \quad D = \sqrt{80} \quad ; \quad E = \sqrt{72}$$

Exercice n°3 :

Calculer et simplifier l’écriture :

$$A = \sqrt{21} \times \sqrt{21} \ ; \ B = \frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} \ ; \ C = \sqrt{24} \times \sqrt{6} \ ; \ D = \frac{\sqrt{320}}{\sqrt{5}}$$

Exercice n°4 :

Calculer les expressions suivantes. Répondre sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers et b est le plus petit possible.

$$A = 3\sqrt{288} \ ; \ B = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - 5\sqrt{27} \ ; \ C = -\sqrt{48} + 2\sqrt{5} \times \sqrt{15} \ ; \ D = \sqrt{21 + 10\sqrt{100}}$$

Exercice n°5 :

développer les produits suivants, exprimer la réponse sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où $a, b, v = c$ sont des entiers et c est le plus petit possible.

$$A = \left(2\sqrt{3} + 4\right)\left(5 - \sqrt{3}\right) \quad ; \quad B = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{18}\right)^2 \quad ; \quad C = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) \quad ; \quad D = \left(2\sqrt{2} + 3\right)^2$$

Exercice n°6 :

Réecrire ces nombres en écriture fractionnaire en supprimant la racine du dénominateur et en ayant le numérateur écrit sous sa forme la plus simple :

$A = \frac{3}{\sqrt{2}}$	$B = -\frac{1}{\sqrt{7}}$	$C = \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$	$D = 2 + \frac{6}{\sqrt{5}}$	$E = \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{2}}$
$F = \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$	$G = \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$	$H = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$	$I = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$	$J = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} - \sqrt{2}}$
$K = \frac{1}{3 + \sqrt{5}}$	$L = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$	$M = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$	$N = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}$	$P = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}}$

CORRIGE DES EXERCICES :

Exercice n°1

$A = -25$ Impossible car – 25 est négatif	$B = 64$ $\sqrt{64} = 8$	$C = 0{,}36$ $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$	$D = 121$ $\sqrt{121} = 11$	$E = 7 - 3$ $\sqrt{7-3} = \sqrt{4}$ $= 2$	$F = 3 - 7$ Impossible car 3 – 7 est négatif

Exercice n°2

$A = \sqrt{108}$
$A = \sqrt{36 \times 3}$
$A = \sqrt{36} \times \sqrt{3}$
$A = \sqrt{6^2} \times \sqrt{3}$
$\boxed{A = 6\sqrt{3}}$

$B = \sqrt{75}$
$B = \sqrt{25 \times 3}$
$B = \sqrt{25} \times \sqrt{3}$
$B = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3}$
$\boxed{B = 5\sqrt{3}}$

$C = \sqrt{98}$
$C = \sqrt{49 \times 2}$
$C = \sqrt{49} \times \sqrt{2}$
$C = \sqrt{7^2} \times \sqrt{2}$
$\boxed{C = 7\sqrt{2}}$

$D = \sqrt{80}$
$D = \sqrt{16 \times 5}$
$D = \sqrt{16} \times \sqrt{5}$
$D = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5}$
$\boxed{D = 4\sqrt{5}}$

$E = \sqrt{72}$
$E = \sqrt{36 \times 2}$
$E = \sqrt{36} \times \sqrt{2}$
$E = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2}$
$\boxed{E = 6\sqrt{2}}$

Exercice n°3

$A = \sqrt{21} \times \sqrt{21}$
$A = \left(\sqrt{21}\right)^2$
$\boxed{A = 21}$

$B = \dfrac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$
$B = \sqrt{\dfrac{147}{3}}$
$B = \sqrt{\dfrac{3 \times 49}{3}}$
$B = \sqrt{49}$
$B = \sqrt{7^2}$
$\boxed{B = 7}$

$C = \sqrt{24} \times \sqrt{6}$
$C = \sqrt{24 \times 6}$
$C = \sqrt{144}$
$C = \sqrt{12^2}$
$\boxed{C = 12}$

$D = \dfrac{\sqrt{320}}{\sqrt{5}}$
$D = \sqrt{\dfrac{320}{5}}$
$D = \sqrt{\dfrac{64 \times 5}{5}}$
$D = \sqrt{64}$
$D = \sqrt{8^2}$
$\boxed{D = 8}$

Exercice n°4

$A = 3\sqrt{288}$

$A = 3 \times \sqrt{144 \times 2}$

$A = 3 \times \sqrt{144} \times \sqrt{2}$

$A = 3 \times \sqrt{12^2} \times \sqrt{2}$

$A = 3 \times 12 \times \sqrt{2}$

$\boxed{A = 36\sqrt{2}}$

$D = \sqrt{21 + 10\sqrt{100}}$

$D = \sqrt{21 + 10 \times \sqrt{10^2}}$

$D = \sqrt{21 + 10 \times 10}$

$D = \sqrt{21 + 100}$

$D = \sqrt{121}$

$D = \sqrt{11^2}$

$\boxed{D = 11}$

$B = \dfrac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - 5\sqrt{27}$

$B = 3 \times \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - 5 \times \sqrt{27}$

$B = 3 \times \sqrt{\dfrac{6}{2}} - 5 \times \sqrt{9 \times 3}$

$B = 3 \times \sqrt{3} - 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3}$

$B = 3\sqrt{3} - 5 \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3}$

$B = 3\sqrt{3} - 5 \times 3 \times \sqrt{3}$

$B = 3\sqrt{3} - 15\sqrt{3}$

$B = (3 - 15) \times \sqrt{3}$

$\boxed{B = -12\sqrt{3}}$

$C = -\sqrt{48} + 2\sqrt{5} \times \sqrt{15}$

$C = -\sqrt{16 \times 3} + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{15}$

$C = -\sqrt{16} \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{5 \times 15}$

$C = -\sqrt{4^2} \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{75}$

$C = -4\sqrt{3} + 2 \times \sqrt{25 \times 3}$

$C = -4\sqrt{3} + 2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{3}$

$C = -4\sqrt{3} + 2 \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{3}$

$C = -4\sqrt{3} + 2 \times 5 \times \sqrt{3}$

$C = -4\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

$C = (-4 + 10) \times \sqrt{3}$

$\boxed{C = 6\sqrt{3}}$

Exercice n°5 :

$A = \left(2\sqrt{3} + 4\right)\left(5 - \sqrt{3}\right)$

$A = 2\sqrt{3} \times 5 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 4 \times 5 - 4 \times \sqrt{3}$

$A = 2 \times 5 \times \sqrt{3} - 2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 + 20 - 4\sqrt{3}$

$A = 10\sqrt{3} - 2 \times 3 + 20 - 4\sqrt{3}$

$A = 10\sqrt{3} - 6 + 20 - 4\sqrt{3}$

$A = 10\sqrt{3} + 14 - 4\sqrt{3}$

$A = 14 + 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$A = 14 + (10 - 4) \times \sqrt{3}$

$\boxed{A = 14 + 6\sqrt{3}}$

$B = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{18}\right)^2$

$B = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{9 \times 2}\right)^2$

$B = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{9} \times \sqrt{2}\right)^2$

$B = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{3^2} \times \sqrt{2}\right)^2$

$B = \left(2\sqrt{2} - 3 \times \sqrt{2}\right)^2$

$B = \left(2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}\right)^2$

$B = \left((2 - 3) \times \sqrt{2}\right)^2$

$B = \left(-1 \times \sqrt{2}\right)^2$

$B = \left(-\sqrt{2}\right)^2$

$\boxed{B = 2}$

$C=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

Je peux utiliser l'identité remarquable

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

avec $a=\sqrt{3}$ donc $a^2=(\sqrt{3})^2=3$

et $b=\sqrt{2}$ donc $b^2=(\sqrt{2})^2=2$

$C=3-2$

$\boxed{C=1}$

$D=(2\sqrt{2}+3)^2$

$D=(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}+3)$

$D=2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\times 3+3\times 2\sqrt{2}+3\times 3$

$D=2\times 2\times(\sqrt{2})^2+2\times 3\times\sqrt{2}+3\times 2\times\sqrt{2}+9$

$D=4\times 2+6\sqrt{2}+6\sqrt{2}+9$

$D=8+9+6\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$D=17+(6+6)\times\sqrt{2}$

$\boxed{D=17+12\sqrt{2}}$

Exercice n°6 :

$A=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$A=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$A=\dfrac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}$

$\boxed{A=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}}$

$B=-\dfrac{1}{\sqrt{7}}$

$B=-\dfrac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

$B=-\dfrac{\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2}$

$\boxed{B=-\dfrac{\sqrt{7}}{7}}$

$C=\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$C=\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$C=\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{\sqrt{3\times 2}}{(\sqrt{2})^2}$

$C=\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$\boxed{C=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{2}}$

$D=2+\dfrac{6}{\sqrt{5}}$

$D=2+\dfrac{6\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$D=2+\dfrac{6\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}$

$D=\dfrac{2}{1}+\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

$D=\dfrac{2\times 5}{1\times 5}+\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

$D=\dfrac{10}{5}+\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

$\boxed{D=\dfrac{10+6\sqrt{5}}{5}}$

$E=\dfrac{2}{\sqrt{3}}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$E=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$E=\dfrac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}$

$E=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$E=\dfrac{2\sqrt{3}\times 2}{3\times 2}-\dfrac{3\sqrt{2}\times 3}{2\times 3}$

$E=\dfrac{4\sqrt{3}}{6}-\dfrac{9\sqrt{2}}{6}$

$\boxed{E=\dfrac{4\sqrt{3}-9\sqrt{2}}{6}}$

$F=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$

Pour faire disparaître la racine carrée du dénominateur, je cherche à utiliser l'identité remarquable $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ et donc je cherche la « forme conjuguée » de $2-\sqrt{2}$: ici c'est $2+\sqrt{2}$

$F=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$

$F=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}\times\dfrac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$F=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2^2-(\sqrt{2})^2}$

$F=\dfrac{2+\sqrt{2}}{4-2}$

$\boxed{F=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}}$

$G = \frac{1}{\sqrt{3}-1}$

La forme conjuguée de $\sqrt{3}-1$ est $\sqrt{3}+1$

$G = \frac{1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$

$G = \frac{\sqrt{3}+1}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - 1^2}$

$G = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1}$

$\boxed{G = \frac{\sqrt{3}+1}{2}}$

$H = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

La forme conjuguée de $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ est $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$H = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$H = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}$

$H = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}$

$H = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1}$

$\boxed{H = -\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

$I = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

La forme conjuguée de $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ est $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

$I = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$I = \frac{\sqrt{15} \times \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}$

$I = \frac{\sqrt{15} \times \sqrt{5} + \sqrt{15} \times \sqrt{3}}{5-3}$

$I = \frac{\sqrt{3 \times 5 \times 5} + \sqrt{5 \times 3 \times 3}}{2}$

$\boxed{I = \frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{2}}$

$J = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$

Simplification de $\sqrt{8}$:

$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$J = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-\sqrt{2}}$

$J = \frac{2\sqrt{2}}{(2-1) \times \sqrt{2}}$

$J = \frac{2\sqrt{2} \div \sqrt{2}}{1\sqrt{2} \div \sqrt{2}}$

$\boxed{J = 2}$

$K = \frac{1}{3+\sqrt{5}}$

La forme conjuguée de $3+\sqrt{5}$ est $3-\sqrt{5}$

$K = \frac{1}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$

$K = \frac{3-\sqrt{5}}{3^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2}$

$K = \frac{3-\sqrt{5}}{9-5}$

$\boxed{K = \frac{3-\sqrt{5}}{4}}$

$L = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

La forme conjuguée de $\sqrt{2}+1$ est $\sqrt{2}-1$

$L = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$

$L = \frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1^2}$

$L = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1}$

$\boxed{L = \sqrt{2}-1}$

$M=\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

La forme conjuguée de $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ est $\sqrt{7}-\sqrt{5}$

$M=\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$M=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}$

$M=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{7-5}$

$\boxed{M=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}}$

$N=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

La forme conjuguée de $\sqrt{2}+\sqrt{6}$ est $\sqrt{2}-\sqrt{6}$

$N=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}\times\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}}$

$N=\dfrac{\sqrt{12}\times\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2}$

$N=\dfrac{\sqrt{12}\times\sqrt{2}-\sqrt{12}\times\sqrt{6}}{2-6}$

$N=\dfrac{\sqrt{12\times 2}-\sqrt{12\times 6}}{-4}$

$N=\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{72}}{-4}$

$N=\dfrac{\sqrt{4\times 6}-\sqrt{36\times 2}}{-4}$

$N=\dfrac{\sqrt{4}\times\sqrt{6}-\sqrt{36}\times\sqrt{2}}{-4}$

$N=\dfrac{\sqrt{2^2}\times\sqrt{6}-\sqrt{6^2}\times\sqrt{2}}{-4}$

$N=\dfrac{2\sqrt{6}-6\sqrt{2}}{-4}$

On peut simplifier la fraction par 2

$N=\dfrac{2\times\left(\sqrt{6}-3\sqrt{2}\right)}{2\times(-2)}$

$\boxed{N=\dfrac{-\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{2}}$

$P=\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

La forme conjuguée de $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ est $\sqrt{3}-\sqrt{6}$

$P=\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}\times\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}$

$P=\dfrac{\sqrt{18}\times\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2}$

$P=\dfrac{\sqrt{18}\times\sqrt{3}-\sqrt{18}\times\sqrt{6}}{3-6}$

$P=\dfrac{\sqrt{18\times 3}-\sqrt{18\times 6}}{-3}$

$P=\dfrac{\sqrt{6\times 3\times 3}-\sqrt{3\times 6\times 6}}{-3}$

$P=\dfrac{\sqrt{6\times 3^2}-\sqrt{3\times 6^2}}{-3}$

$P=\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{3^2}-\sqrt{3}\times\sqrt{6^2}}{-3}$

$P=\dfrac{3\sqrt{6}-6\sqrt{3}}{-3}$

Je peux simplifier la fraction par 3

$P=\dfrac{3\left(\sqrt{6}-2\sqrt{3}\right)}{3\times(-1)}$

$P=\dfrac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{-1}$

$\boxed{P=-\sqrt{6}+2\sqrt{3}}$