5°) Approfondissement (facultatif) : les nombres périodiques. (manuel p.76)

a) Reconnaître un nombre périodique.

On appelle nombre périodique un nombre dont l'écriture décimale contient une séquence de chiffres répétés indéfiniment.

Par exemple : $\frac{425}{999} \approx 0{,}425425425425\ldots$

Ce nombre possède la séquence « 425 » qui se répète indéfiniment. On peut écrire :

$$\frac{425}{999} = 0,\overline{425}$$

écriture fractionnaire écriture périodique

b) Retrouver l'écriture fractionnaire d'un nombre en écriture périodique.

Prenons par exemple le nombre périodique $2,\overline{25} \approx 2{,}2525252525$ ...

La période ici contient deux chiffres : 2 et 5. Posons $x = 2,\overline{25}$
Pour travailler, nous allons multiplier x par 100 (deux zéros).

Alors $100x = 225,\overline{25}$

Effectuons la soustraction suivante :

$$\begin{array}{rr} & 100x \\ - & x \\ \hline & 99\,x \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 225{,}25252525\ldots \\ - & 2{,}25252525\ldots \\ \hline & 223 \end{array}$$

Nous avons $99x = 223$ d'où $x = \frac{223}{99}$. L'écriture fractionnaire de $2,\overline{25}$ est donc $\frac{223}{99}$.

Vous avez compris cette méthode ? Utilisez-la pour trouver l'écriture fractionnaire de :
$4,\overline{26} \qquad 2,\overline{4} \qquad 11,\overline{52}\ldots$

c) Cas particulier pour les nombres périodiques inférieurs à 1.

A l'aide d'une calculatrice, ou d'un crayon et un papier, trouvez l'écriture périodique des nombres suivants : $\frac{2}{9} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{12}{99} \quad \frac{56}{99} \quad \frac{7}{99} \quad \frac{421}{999} \quad \frac{561}{999} \quad \frac{15}{999}$

Que remarquez-vous ? En déduire l'écriture fractionnaire des nombres suivants :
$0,\overline{3} \qquad 0,\overline{7} \qquad 0,\overline{42} \qquad 0,\overline{13} \qquad 0,\overline{04} \qquad 0,\overline{159} \qquad 0,\overline{2574}\ldots$