

EVALUATION FINALE CLASSE DE 2^{nde}

enseignante : Marie – Tatiana FORCONI

durée : 2h

matériel autorisé : une calculatrice, une feuille de brouillons

Le coefficient de cette évaluation est **une fois et demie** celui d'un devoir fait en cours, et a pour but de faire le point sur le niveau actuel de l'élève. Des questions niveau collège et niveau seconde seront disposées dans chaque thème.

Chaque partie est notée sur 10 points. Il y a 11 thèmes, vous en choisissez 10. La note, sur un total de 100 points, sera ramenée à une note sur 20. Vous avez environ 2h, ce qui vous laisse environ 10 minutes par thème. Si vous faites les 11 thèmes, la note est alors comptabilisée sur 110 et ramenée sur 20 ; vous précisez alors que vous souhaitez que les 11 thèmes soient comptabilisés. Vous pouvez également faire les 11 thèmes et choisir un thème qui ne sera pas comptabilisé.

L'algorithmique ne fait pas partie des thèmes évalués, faisant l'objet d'une étude particulière sur les dernières heures de cours.

Rayez ici LA partie que vous NE réalisez PAS :

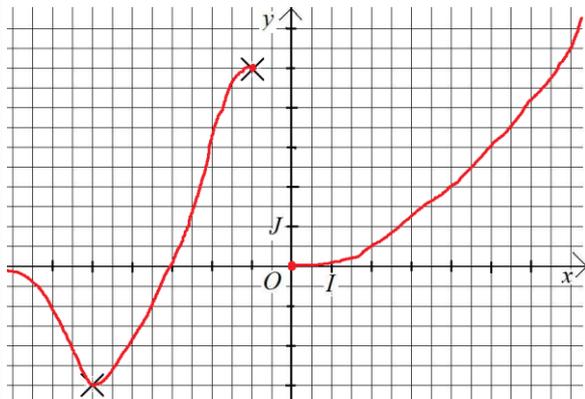
- | | | |
|---|--------|-----|
| <input type="checkbox"/> Généralités sur les fonctions | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Expressions algébriques, équations | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Fonctions de référence | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Inéquations | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Coordonnées d'un point, droites | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Configurations, trigonométrie | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Vecteurs | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Géométrie dans l'espace | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Statistiques | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Simulations, échantillonnage | note : | /10 |
| <input type="checkbox"/> Probabilités | note : | /10 |

TOTAL SUR 100	
TOTAL SUR 20	

<p>Commentaire général : <i>situation de l'élève, faiblesses, points forts, conseils pour la suite.</i></p>	<p>Signature :</p>
---	--------------------

1°) Généralités sur les fonctions.

Total : /10



La courbe représentée ci – contre est représentative d’une fonction f . Donner sans justifier l’image de 4 par f :

1 point

Donner sans justifier le ou les antécédant(s), s’il y en a, de 0 par f :

1 point

Donner sans justifier l’ensemble de définition de la fonction f :

1 point

Compléter le tableau des variations de la fonction f sur l’intervalle $]-\infty; -1]$:

x	

2 points

f admet – elle un maximum ou un minimum sur l’intervalle $]-\infty; -3[$? Si oui, préciser sa nature et donner ses coordonnées :

.....

1 point

Donner l’ensemble de définition des fonctions suivantes, justifier :

$$p(x) = -3x^2 + 8x - \frac{1}{2}$$

$$q(x) = \frac{-2x + 3}{2 - 4x}$$

$$r(x) = \sqrt{2x + 3}$$

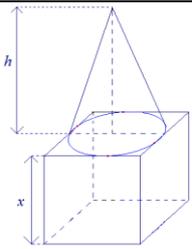
3 points

Calculer l’image de -1 par la fonction r :

.....

1 point

2°) Expressions algébriques et équations

	<p>Un cône de révolution est posé sur un cube dont une arête mesure le diamètre de base du cône de révolution. On appelle x l'arête du cube et h la hauteur du cône.</p> <p>quelle relation doit-il y avoir entre x et h pour que le volume total (cône et cube) soit inférieur ou égal à $10m^3$? (sans justifier)</p> <p>.....</p>	<p>2 points</p>	
<p>On donne : $A(x) = (x + 2)^2 - 9$.</p>			
<p>Factoriser $A(x)$</p>	<p>Développer et réduire $A(x)$</p>	<p>2 points</p>	
<p>On sait que $B(x)$ a trois écritures possibles : $B(x) = (x + 3)^2 - 4$; $B(x) = (x + 1)(x + 5)$; $B(x) = x^2 + 6x + 5$.</p>			
<p>Répondre à chacune de ses questions en choisissant l'écriture la plus adaptée :</p>			
<p>Calculer $B(-3)$</p>	<p>Résoudre l'équation $B(x) = 0$</p>	<p>Résoudre l'équation $B(x) = 5$</p>	<p>3 points</p>
<p>$A(x) = \frac{4x^2-9}{x(2x+3)}$ avec $x \neq 0, x \neq -\frac{3}{2}$ Simplifier au maximum $A(x)$</p>		<p>1,5 point</p>	
<p>$f(x) = (x + 3)^2 - 4$. On s'intéresse à la représentation graphique de f. Donner les coordonnées des points d'intersection avec l'axe des abscisses : Donner les coordonnées du point d'intersection avec l'axe des ordonnées :</p>		<p>1,5 point</p>	

3°) Fonctions de référence

Total : /10

On donne les trois fonctions suivantes :

$$f: x \rightarrow 0,5x - 4 \quad ; \quad g: x \rightarrow -2x - 4 \quad ; \quad h: x \rightarrow \frac{1}{2}x + 4$$

Citer le nom d'une fonction croissante :

Citer le nom d'une fonction décroissante :

Citer deux fonctions dont les représentations graphiques sont parallèles :

2 points

Quel est le sens de variations de la fonction carré $x \rightarrow x^2$ sur $] -\infty; 0]$?

.....

1 point

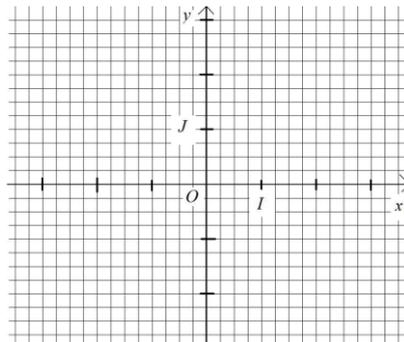
En déduire pourquoi peut – on affirmer, sans calculs et sans calculatrice, que

$$(-3)^2 < (-\pi)^2 ?$$

.....
.....

2 points

Faire un schéma rapide de l'allure de la fonction inverse $x \rightarrow \frac{1}{x}$:



2 points

La fonction $p(x) = (x - 2)^2 + 3$ admet – elle un minimum ? un maximum ? Si c'est le cas, déterminer en quel point.

2 points

Préciser en mettant une croix dans les cases correspondantes si les fonctions données sont des fonctions homographiques, polynomiales de degré 2, ou ni l'un ni l'autre.

	$x \rightarrow \frac{x^2}{x+1}$	$x \rightarrow (x-3)^2$	$x \rightarrow -\frac{1}{x-3}$	$x \rightarrow 5x^3 + 1$
fonction homographique				
fonction polynomiale de degré 2				

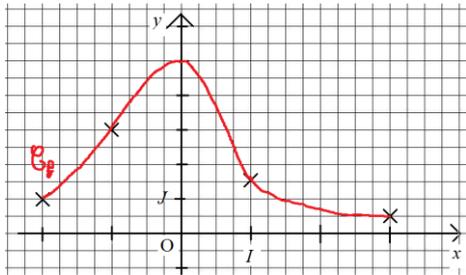
1 point

4°) Inéquations

Total : /10

On pose $E(x) = (x + 2)(3 - x)$.
 Etudier le signe de $E(x)$ en fonction de x .

2 points



On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f . Résoudre graphiquement et répondre sans justifier :

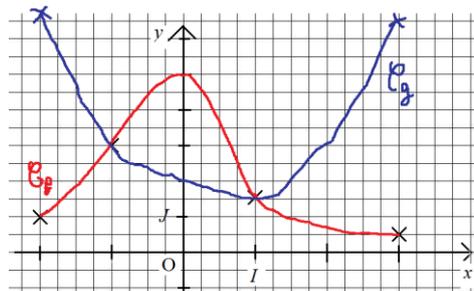
$f(x) \leq 3$:

1 point

$f(x) > 2,5$:

1 point

On a ajouté la courbe représentative d'une fonction g au graphe précédent.



Résoudre directement et graphiquement :

$f(x) < g(x)$:

1 point

$f(x) \geq g(x)$:

1 point

Résoudre les inéquations suivantes :

$$x^2 \leq 4$$

$$\frac{1}{x-1} < \frac{1}{2x-3}$$

3 points

Un jardinier veut semer des fleurs dans un parterre circulaire. Il dispose d'une quantité de graines permettant de couvrir au maximum 10m^2 de terrain.
 Ecrivez l'inéquation donnant le rayon possible du cercle (sans justifier ni calculer) :

1 point

5°) Coordonnées d'un point, droites

Total : /10

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne :

$A (-2 ; 3)$ et $B (1 ; -1)$.

Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$:

1,5 point

Calculer la distance AB :

1,5 point

Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) .

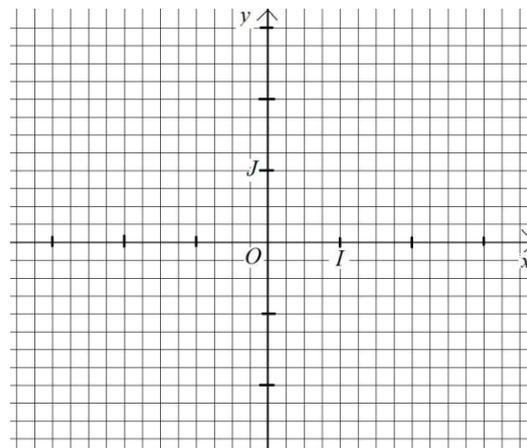
1,5 point

Calculer l'ordonnée à l'origine de la droite (AB) .

1,5 point

Sans aucune justification, tracer dans le repère ci-dessous la droite (d) d'équation $y = -2x - 1$ et la droite (e) d'équation $y = \frac{3}{4}x$.

2 points

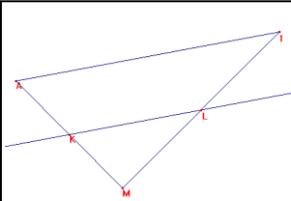


Retrouver par calcul les coordonnées de leur point d'intersection.

2 points

6°) Configurations, trigonométrie

Total : /10



Dans le triangle AMI , K est le milieu de $[AM]$; la parallèle à (AI) passant par K coupe (MI) en L .
Citer la propriété qui permet de démontrer que L est le milieu de $[MI]$.

1 point

Connaissant les mesures des segments $[AM]$, $[KM]$, $[IL]$, quel théorème ou propriété que l'on pourrait appliquer ici permettra de calculer la mesure du segment $[MI]$?

1 point

On trace le cercle de diamètre $[IM]$, il coupe le segment $[AI]$ en P . Quelle propriété permet de donner la nature du triangle IPM ?

1 point

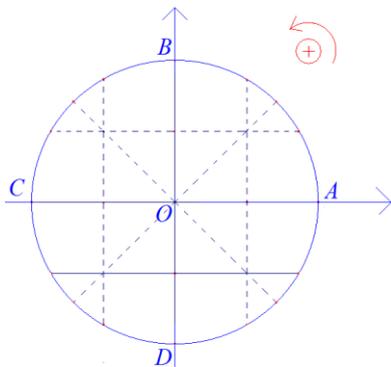
On sait que le triangle IPM est rectangle en P et on connaît les mesures des segments $[PM]$ et $[MI]$. Quelle relation mathématique permettra de calculer la mesure de l'angle \widehat{PIM} ?

1 point

On place F le symétrique de P par rapport à L , quelle propriété permettra de donner la nature du quadrilatère $MPIF$?

1 point

Sur le cercle trigonométrique, placer les points associés aux réels suivants :



$$\frac{3\pi}{4}; -12\pi; -\frac{5\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{4}$$

2 points

Parmi ces réels, lesquels ont même cosinus ? à quoi le voit-on graphiquement ?

.....

1 point

Quelle est la valeur exacte de : $\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right)$; $\sin\left(\frac{13\pi}{6}\right)$?
(expliquer brièvement le raisonnement)

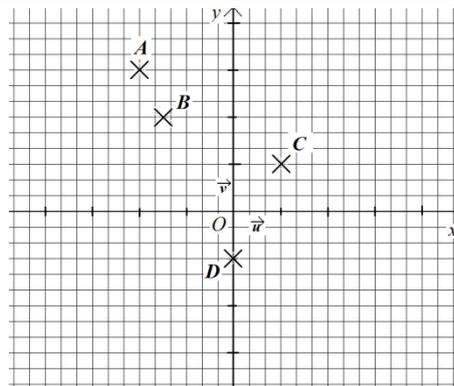
.....
.....
.....

2 points

7°) Vecteurs

Total : /10

Dans le repère orthonormé ci – contre :



donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{CA} :

1 point

on donne les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \left(\frac{1}{2}; -1 \right)$

donner les coordonnées de A : puis de D : et maintenant, calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AD} :

1 point

.....

Les points A, D, B sont – ils alignés ? donner une justification algébrique (par calcul)

2 points

.....

On donne : $\overrightarrow{CD} (-1 ; -2)$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$? Répondre avec les calculs :

2 points

.....

Placer le point E sur le repère tel que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$

1 point

Placer le point S sur le repère tel que $\overrightarrow{DS} = -2\overrightarrow{BA}$

1 point

Les questions qui suivent n'ont plus rien à voir avec la représentation graphique

Si AMPR est un parallélogramme, écrire une égalité vectorielle qui lie les points A, M, P, R :

1 point

Si K est le milieu de [GN], écrire une égalité vectorielle qui lie les points K, G, N :

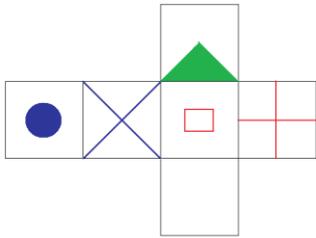
1 point

.....

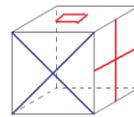
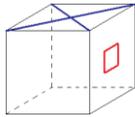
8°) Géométrie dans l'espace

Total : /10

On a dessiné le patron d'un cube, puis on l'a construit.



Sachant que les motifs figurant sur les faces cachées n'ont pas été représentés, quel(s) cube(s) peut – on obtenir à partir du patron représenté ci-contre ?

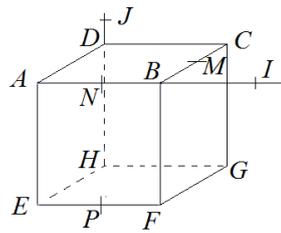


1,5 point

On considère le cube $ABCDEFGH$ suivant :

Dans ce cube, $I \in (AB)$ et $J \in (DH)$

M, N, P sont les milieux respectifs de $[BC], [AB], [EF]$.



Expliquer pourquoi I appartient au plan (ABC) :

1,5 point

Expliquer pourquoi les plans (MNC) et (PBC) sont sécants, donner leur intersection :

2 points

Expliquer pourquoi les droites (AD) et (MN) sont dans un même plan, donner ce plan :

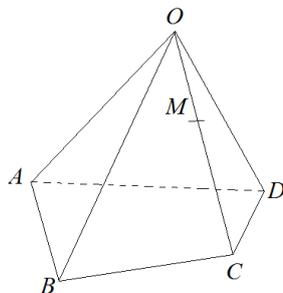
1,5 points

Expliquer pourquoi les droites (EG) et (MN) sont dans un même plan, donner ce plan :

1,5 points

La figure ci – contre représente une pyramide de base $ABCD$. M est un point de l'arête $[OC]$.

Tracer l'intersection des faces $(OCD), (OCB)$ et (OAB) , avec le plan (MAD) :



2 points

(indication : construire le point d'intersection de (AD) et de (BC))

9°) Statistiques

Total : /10

Dans cet exercice, vous pouvez répondre sans justifier chaque question. Si vous avez un doute sur votre résultat, il est cependant judicieux de rappeler la formule.

On donne le tableau de statistiques suivant, après avoir relevé la taille en cm d'un groupe de jeunes dans une colonie de vacances :

classes	[140 ; 150[[150 ; 155[[155 ; 160[[160 ; 170[[170 ; 190[
centre des classes x_i	145				
effectifs n_i	8	8	10	10	4
fréquence f_i					

Quel est l'effectif total ? 0,5 points

Complétez la ligne « centre des classes ». 0,5 points

Complétez la ligne « fréquences » en ajoutant les fréquences **en pourcentage**. 1 point

Quel pourcentage de ces jeunes a une taille inférieure à 160 cm ? 1 point

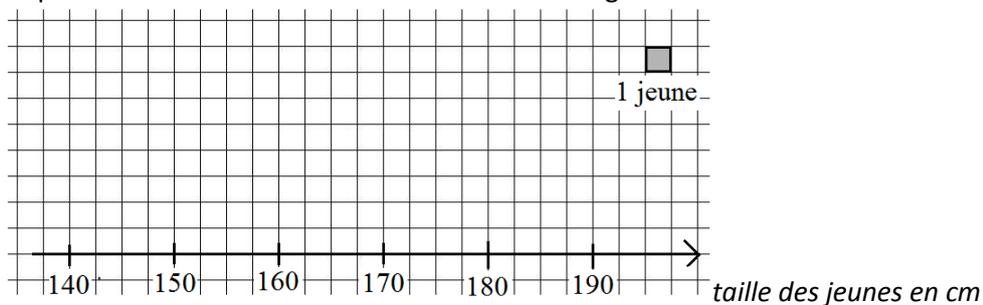
Quelle est l'étendue de la série ? 1 point

Calculer la taille moyenne des jeunes en centimètres : 1,5 points

Calculer la médiane : 1,5 points

Calculer le premier quartile et le troisième quartile : 1,5 points

Représenter ces données en construisant un histogramme ci – dessous :



1,5 points

10°) Simulations, échantillonnage

Total : /10

Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera considérée et pourra apporter des points.

Une rhino – pharyngite guérit naturellement en moins de cinq jours dans 60% des cas.

On veut tester un nouveau médicament censé abrégé la durée de la maladie. Pour cela, on administre le médicament à 1000 personnes.

Pour 63% d'entre elles, la guérison a eu lieu en moins de cinq jours.

Que penser de l'efficacité du médicament ?

10 points

11°) Probabilités

Total : /10

<p>A, B, C, D sont des événements d'un univers E.</p> <p>On donne $p(A) = 0,4$; $p(A \cup B) = 0,9$ et $p(B) = 0,8$. Calculer $p(A \cap B)$.</p>	1,5 point
<p>On donne $p(\bar{C}) = 0,45$. Calculer $p(C)$.</p>	1,5 point
<p>On lance une pièce de monnaie équilibrée deux fois de suite. Construire un arbre représentant la situation, puis répondre à la question :</p>	1,5 points
<p>Les événements A, B, C ont – ils la même probabilité ? A : "obtenir deux fois pile" ; B : "obtenir deux fois face" ; C : "obtenir une fois pile et une fois face".</p>	2 points
<p>On donne les résultats d'un groupe d'élèves à un examen :</p> <ul style="list-style-type: none">• filles : 70 admises, 25 non admises• garçons : 62 admis, 23 non admis <p>Ranger ces résultats dans un tableau à double entrée.</p>	1,5 points
<p>Répondre directement aux questions :</p> <p>On rencontre au hasard un élève. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon non admis ?</p>	1 point
<p>On rencontre au hasard une fille. Quelle est la probabilité qu'elle soit admise ?</p>	1 point