Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Soit (O, I, J) un repère orthonormé et soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan.

Alors on a équivalence entre :

$I(x_I; y_I)$ est le milieu de $[AB]$ et $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$; $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$

Exemples d'utilisation :

Dans chaque cas, I est le milieu du segment $[AB]$. Calculer les coordonnées du point manquant.

a) $A(5\,;9)$ et $B(10;7)$
b) $A(-2\,;4)$ et $I(6\,;\,-5)$

Réponses :

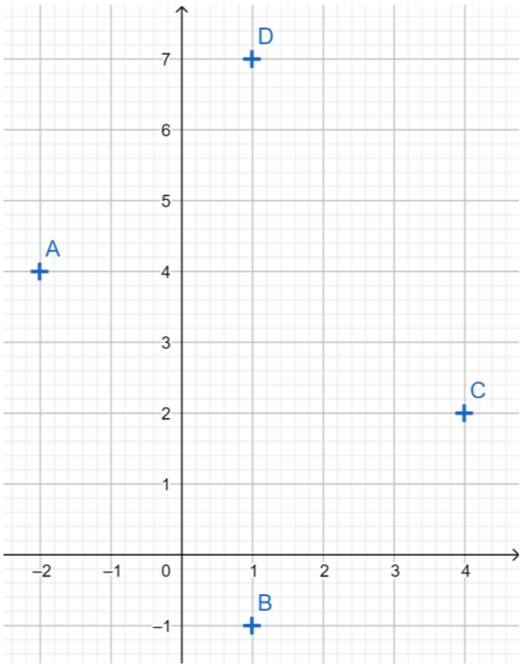
a) I est le milieu de $[AB]$
donc $x_I = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{5+10}{2} = 7{,}5$ et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{9+7}{2} = 8$; d'où $I(7{,}5; 8)$.

b) I est le milieu de $[AB]$ donc $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ d'où $x_B = 2x_I - x_A = 2 \times 6 + 2 = 14$
et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$ d'où $y_B = 2y_I - y_A = -10 - 4 = -14$; donc $B(14\,;\,-14)$.

Autre exemple d'utilisation : Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) on connait les quatre points suivants : $A(-2; 4)$ $B(1\,;\,-1)$ $C(4\,;2)$ $D(1\,;\,7)$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Réponse :

Après avoir fait un schéma, on suppose que le quadrilatère est un parallélogramme. Pour le démontrer, nous allons calculer les coordonnées du milieu de chacune des diagonales [AC] et [BD]. Si les diagonales ont même milieu, alors le quadrilatère est bien un parallélogramme.



Calculs :

$$\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad et \quad \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{x_B + x_D}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad et \quad \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Conclusion : les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu (1 ; 3) donc ABCD est un parallélogramme.