Calculer la distance entre deux points

Soit (O, I, J) un repère orthonormé et soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan.

Alors on a :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Démonstration :

(O, I, J) est un repère orthonormé, $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points du plan.

Soit H le point de coordonnées $(x_A; y_B)$. Alors le triangle ABH est un triangle rectangle (car le repère est orthonormé).

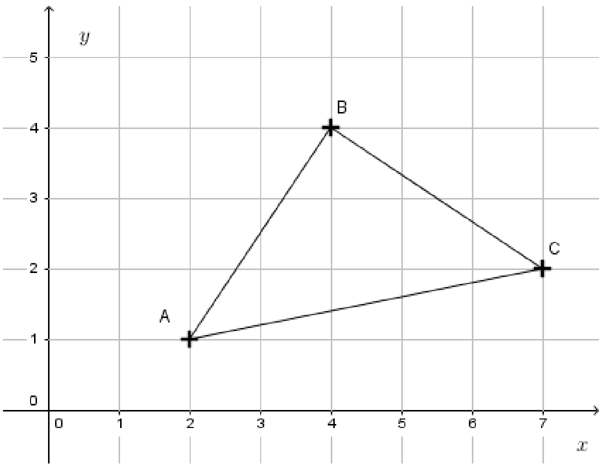
Nous avons $AH = |y_B - y_A|$ donc $AH^2 = (y_B - y_A)^2$ et $BH = |x_B - x_A|$ donc $BH^2 = (x_B - x_A)^2$.

Le triangle étant rectangle, nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore, d'où :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple d'utilisation :

On donne $A\ (2\,;1)$; $B\ (4\,;4)$ et $C\ (7;2)$: représenter graphiquement la situation, émettre une conjecture sur la nature du triangle ABC puis démontrer cette conjecture.



Le triangle ABC semble isocèle et rectangle en B.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$

J'ai $AB^2 + BC^2 = AC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

De plus, AB=BC donc le triangle ABC est bien rectangle et isocèle en B.