

Utiliser une équation de droite Calculer l'équation réduite d'une droite non verticale.

Toute droite d du plan muni d'un repère admet une équation de la forme

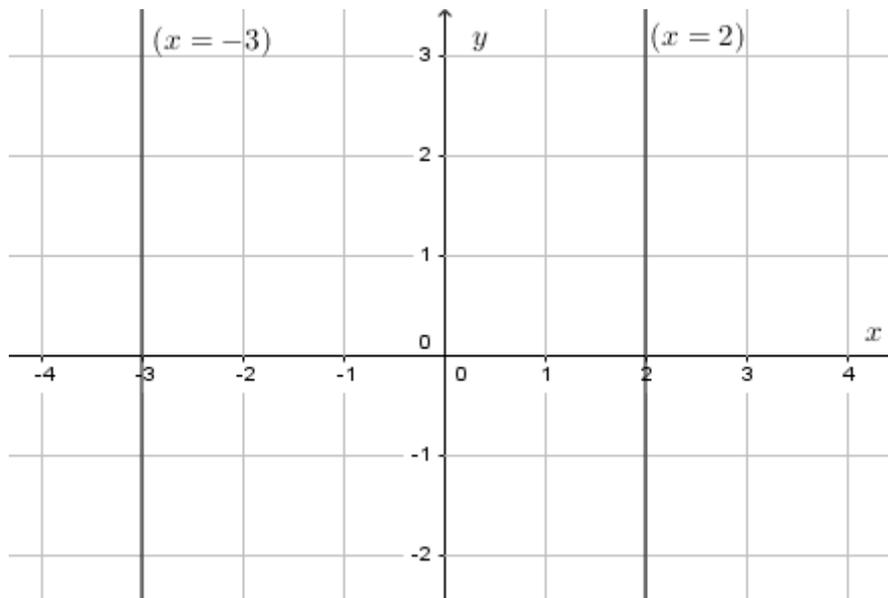
$$ax + by = c.$$

On dit que $ax + by = c$ est l'**équation cartésienne** de la droite d .

Cas particuliers :

Si $b = 0$ et $a \neq 0$, on obtient une équation de la forme $ax = c$ que l'on écrit plus traditionnellement $x = k$: c'est une droite verticale, parallèle à l'axe des ordonnées

Exemples :



Cas général :

Si $b \neq 0$ alors je peux écrire $ax + by = c \Leftrightarrow by = -ax + c$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$\Leftrightarrow y = mx + p$$

On dit que $y = mx + p$ est l'**équation réduite** de la droite d .

Dans cette écriture, m est le **coefficient directeur** et p est l'**ordonnée à l'origine**.

Exemple : pour chacune des droites dont voici une équation cartésienne, donner l'équation réduite.

a) $5x + 4y = 1$

Réponse : $y = -\frac{5x}{4} + \frac{1}{4}$

b) $-x + y = 4$

Réponse : $y = x + 4$

c) $2x - 2y = 3$

Réponse : $y = x - \frac{3}{2}$

Pour chacune des équations réduites données ci-dessous, trouver une équation cartésienne.

a) $y = \frac{2}{3}x + 4$

Réponse : $-2x + 3y = 12$

b) $y = -2x + 3$

Réponse : $2x + y = 3$

c) $y = -x - 5$

Réponse : $x + y = -5$

Remarque : l'équation réduite d'une droite est unique, tandis que plusieurs équations cartésiennes peuvent représenter la même droite.

Pour **calculer l'équation réduite d'une droite non verticale**,

on commence par calculer le coefficient directeur m à l'aide de la formule suivante :

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points d'une droite d d'équation réduite $y = mx + p$, alors :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

On calcule ensuite l'ordonnée à l'origine en utilisant l'équation de droite avec soit le point A , soit le point B .

Exemple : dans un repère $(O; I; J)$, voici les coordonnées de trois points

$A(2; 5)$ $B(-2; -3)$ $C(-2; 5)$.

Déterminer une équation de chacune des droites (AB) , (AC) , (BC) .

Réponses :

(AB) : la droite (AB) a pour équation $y = mx + p$ avec $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3 - 5}{-2 - 2} = \frac{-8}{-4} = 2$

donc on a $y = 2x + p$,

comme $A \in (AB)$ on a $y_A = 2x_A + p$ donc $5 = 2 \times 2 + p$ d'où $p = 1$.

L'équation de la droite (AB) est $y = 2x + 1$.

(AC) : Les points A et C ont la même ordonnée 5 donc la droite (AC) est la droite horizontale d'équation $y = 5$.

(BC) : Les points B et C ont la même abscisse -2 donc la droite (BC) est la droite verticale d'équation $x = -2$.