

Calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction.

Pour calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction, il faut résoudre une équation.

Exemple :

Soit f la fonction définie par $f(x) = 5x - 10$. Calculer l'antécédent des nombres 30, 0, -5 par f .

Réponse :

Je cherche x tel que :

$$\begin{aligned}f(x) &= 30 \\5x - 10 &= 30 \\5x &= 30 + 10 \\5x &= 40 \\x &= 40 \div 5 \\x &= 8 \\f(8) &= 30\end{aligned}$$

L'antécédent de 30 par f est 8.

Je cherche x tel que :

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \\5x - 10 &= 0 \\5x &= 0 + 10 \\5x &= 10 \\x &= 10 \div 5 \\x &= 2 \\f(2) &= 0\end{aligned}$$

L'antécédent de 0 par f est 2.

Je cherche x tel que :

$$\begin{aligned}f(x) &= -5 \\5x - 10 &= -5 \\5x &= -5 + 10 \\5x &= 5 \\x &= 5 \div 5 \\x &= 1 \\f(1) &= 30\end{aligned}$$

L'antécédent de -5 par f est 1.

Cas particuliers :

Parfois, un nombre n'a pas d'antécédent :

Exemple : soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 + 1$.
Chercher l'antécédent de 0 par g .

Réponse : je cherche x tel que $g(x) = 0$ donc tel que $x^2 + 1 = 0$,
c'est-à-dire, tel que $x^2 = -1$.

Or le carré d'un nombre réel n'est jamais négatif. Il n'existe pas d'antécédent à 0.

Parfois, un nombre a plusieurs antécédents :

Exemple : soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = x^2 - 1$.
Chercher l'antécédent de 0 par h .

Réponse : je cherche x tel que $h(x) = 0$ donc tel que $x^2 - 1 = 0$,
c'est-à-dire, tel que $x^2 = 1$.

Or il existe deux nombres dont le carré soit égal à 1 : $1^2 = 1$ et $(-1)^2 = 1$.

Le nombre 0 admet donc deux antécédents par h qui sont 1 et -1.