

Calculer l'équation de la tangente à une courbe en un point.

Soit f une fonction définie, continue et dérivable sur un intervalle I , f' sa fonction dérivée sur I , et C_f sa courbe représentative sur I .

La tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse x_A est la droite d'équation :

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$$

Un exemple illustré : on considère $f(x) = 0,25x(x - 2)(x - 6) + 3$ définie sur \mathbb{R} , on choisira le point A d'abscisse $x_A = 4$. Calculer l'équation de la tangente à C_f en A .

Calcul de la fonction dérivée :

$$f(x) = 0,25x(x^2 - 8x + 12) + 3 = 0,25x^3 - 2x^2 + 3x + 3$$

$$f'(x) = 0,75x^2 - 4x + 3$$

Calcul de $f(x_A)$:

$$f(x_A) = 0,25x_A^3 - 2x_A^2 + 3x_A + 3$$

$$f(4) = 0,25 \times 4^3 - 2 \times 4^2 + 3 \times 4 + 3$$

$$f(4) = 0,25 \times 64 - 2 \times 16 + 3 \times 4 + 3$$

$$f(4) = 16 - 32 + 12 + 3$$

$$f(4) = -1$$

Calcul de $f'(x_A)$:

$$f'(x_A) = 0,75x_A^2 - 4x_A + 3$$

$$f'(4) = 0,75 \times 4^2 - 4 \times 4 + 3$$

$$f'(4) = 0,75 \times 16 - 16 + 3$$

$$f'(4) = 12 - 13$$

$$f'(4) = -1$$

Formule :

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$$

$$y = -1(x - 4) - 1 = -x + 3$$

L'équation de la tangente ainsi cherchée est :

$$y = -x + 3$$

