

Fonctions du second degré : formulaire

Généralités : on considère dans la totalité de cette page que $a \neq 0$.

Forme générale : $f(x) = ax^2 + bx + c$ cette forme existe toujours

Forme canonique : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ cette forme existe toujours

Forme factorisée : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ ou $f(x) = a(x - x_0)^2$

La forme factorisée n'existe pas toujours.

Les fonctions du second degré sont définies sur \mathbb{R} . Leur ensemble image dépend de plusieurs paramètres.

On peut toujours calculer les coordonnées $(\alpha; \beta)$ de la parabole.

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad ; \quad \beta = f(\alpha)$$

Le sommet de la parabole correspond soit à un maximum, soit à un minimum.

Influence du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta < 0$	Si $\Delta = 0$	Si $\Delta > 0$
Pas de racine.	$x_0 = \alpha = -\frac{b}{2a}$	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
Le polynôme $f(x)$ n'est pas factorisable.	$f(x)$ est factorisable : $f(x) = a(x - x_0)^2$	$f(x)$ est factorisable : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
La parabole ne touche pas l'axe des abscisses.	Le sommet de la parabole se trouve sur l'axe des abscisses, on a donc nécessairement $\beta = 0$.	La parabole traverse l'axe des abscisses en deux points x_1 et x_2 .

Influence du terme de plus haut degré a

Si $a < 0$	Si $a > 0$
La parabole est concave. Le sommet est un maximum.	La parabole est convexe. Le sommet est un minimum.

Fonctions du second degré : formulaire graphique

Situation n°1 : $\Delta < 0$

$$a < 0$$

$$a > 0$$

Un exemple de représentation graphique

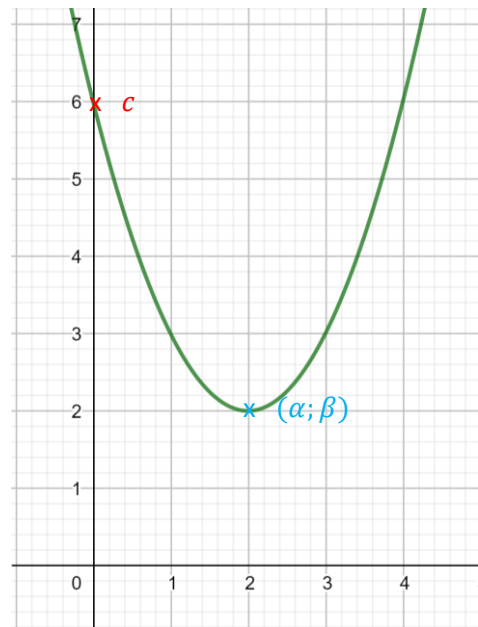
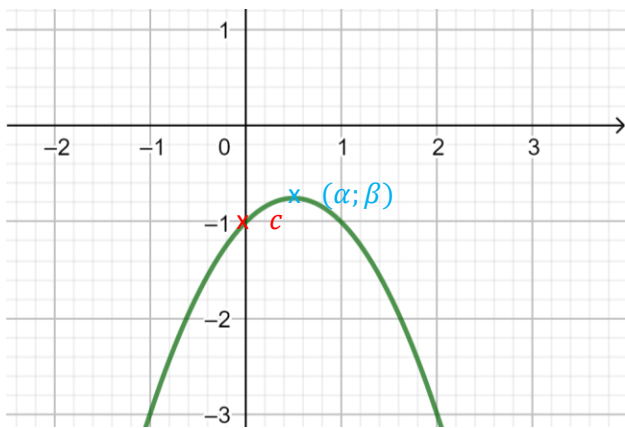


Tableau de variations

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$-\infty$	β	$-\infty$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$+\infty$	β	$+\infty$

Tableau de signes

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

Fonctions du second degré : formulaire graphique

Situation n°2 : $\Delta = 0$

$$a < 0$$

$$a > 0$$

Un exemple de représentation graphique

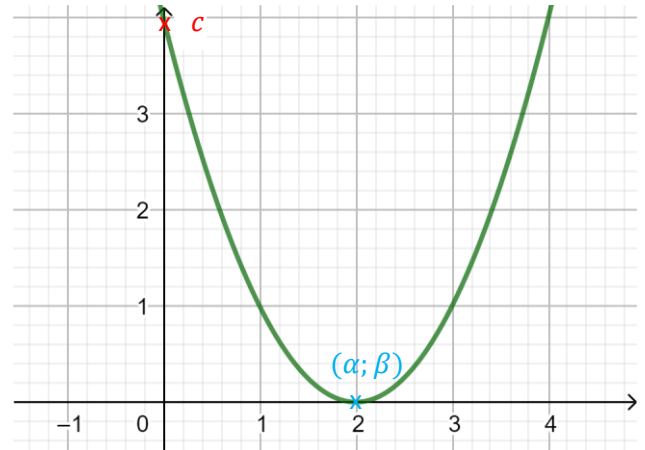
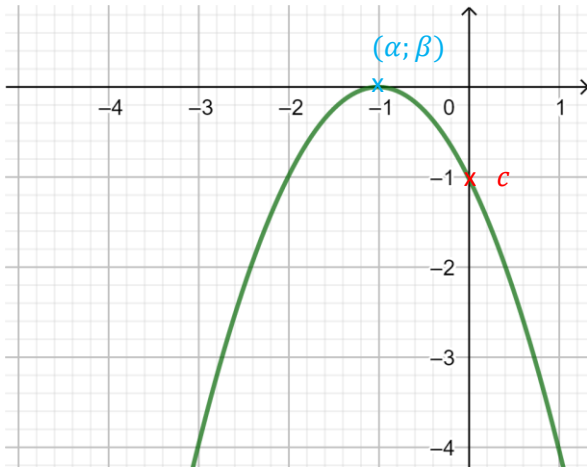


Tableau de variations

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$-\infty$	β	$-\infty$

Arrows indicate an increase from $-\infty$ to β and a decrease from β to $-\infty$.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$+\infty$	β	$+\infty$

Arrows indicate a decrease from $+\infty$ to β and an increase from β to $+\infty$.

Tableau de signes

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Fonctions du second degré : formulaire graphique

Situation n°3 : $\Delta > 0$

$a < 0$

$a > 0$

Un exemple de représentation graphique

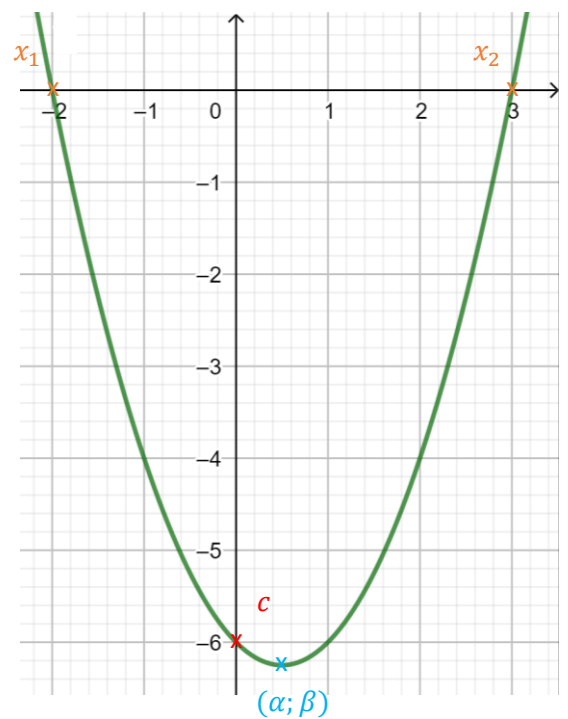
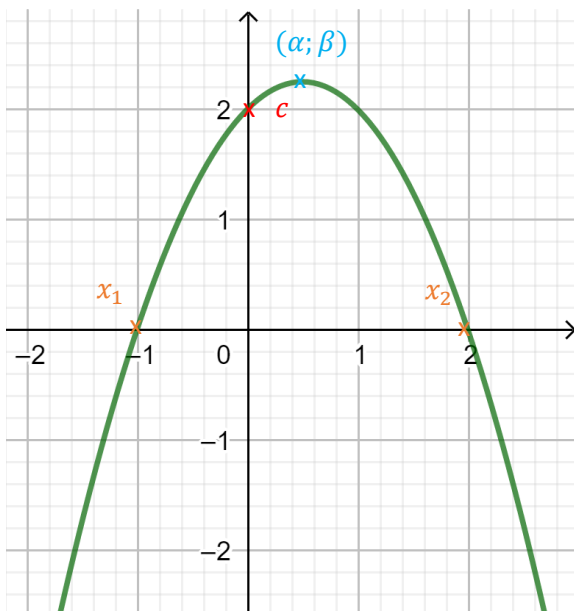


Tableau de variations

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$-\infty$	β	$-\infty$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f	$+\infty$	β	$+\infty$

Tableau de signes

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$