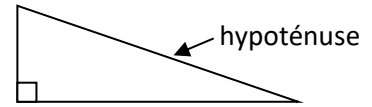


THEOREME DE PYTHAGORE  
et sa réciproque

1°) prérequis

L'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit dans un triangle rectangle.



On dit qu'un nombre entier positif est un **carré parfait** lorsqu'il est le carré d'un nombre entier.

Exemple :  $49 = 7^2$  donc 49 est un carré parfait.

On dit que la racine carrée d'un nombre positif est le nombre qui, lorsqu'on le met au carré, permet de retrouver le nombre de départ.

Exemple :  $49 = 7^2$  donc 7 est la racine carrée de 49.

On écrit  $\sqrt{49} = 7$  et on lit : « la racine carrée de 49 est 7 ».

Seuls les carrés parfaits ont une racine carrée qui est un nombre entier.

Les autres nombres n'ont pas d'écriture décimale de leur racine carrée, on ne peut qu'en trouver une valeur approchée à l'aide de la calculatrice.

Exemple :  $\sqrt{2} \approx 1,414213562 \dots$

La formule qui permet de calculer l'aire d'un carré de côté  $c$  est :  $\mathcal{A} = c^2$ .

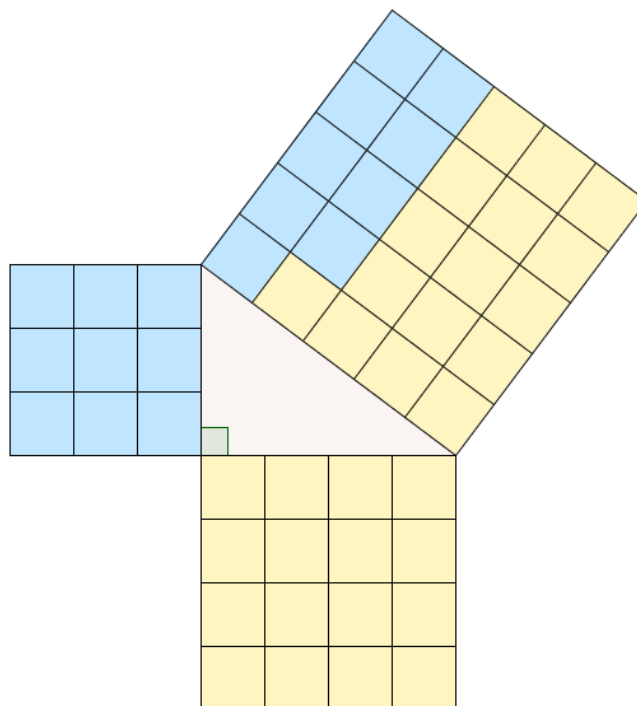
2°) Découverte du théorème de Pythagore.

Activité :

Trace un triangle ABC rectangle en A tel que  $AB=3\text{cm}$  et  $AC=4\text{cm}$ . Tu auras alors  $BC=5\text{cm}$ .

Sur chacun des côtés, construis, à l'extérieur du triangle, un carré.

Quadrille chaque carré en faisant des petits carrés de 1cm de côté.



Observation :

Il y a autant de petits carrés dans le carré sur l'hypoténuse qu'il y en a dans la somme des carrés sur les deux autres côtés.

### 3°) Théorème de Pythagore.

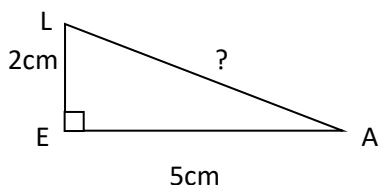
Le théorème de Pythagore ne peut s'utiliser que dans un triangle rectangle.

Il permet de calculer la mesure d'un des côtés quand on connaît les mesures des deux autres côtés.

Théorème :

**Le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des deux autres côtés.**

Exemple d'utilisation :



Le triangle LEA est rectangle en E, donc je peux utiliser le théorème de Pythagore.

$$LA^2 = LE^2 + EA^2$$

$$LA^2 = 2^2 + 5^2$$

$$LA^2 = 4 + 25$$

$$LA^2 = 29$$

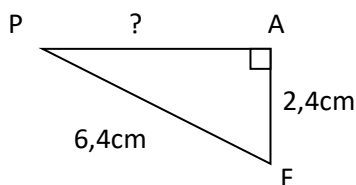
$$LA = \sqrt{29} \text{ valeur exacte du résultat}$$

$$LA \approx 5,39 \text{ valeur approchée au centième près.}$$

Le côté LA mesure environ 5,39cm.

On peut aussi utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la mesure d'un des côtés de l'angle droit.

Exemple :



PAF le triangle est rectangle en A, donc je peux utiliser le théorème de Pythagore.

$$PA^2 = PF^2 - AF^2$$

$$PA^2 = 6,4^2 - 2,4^2$$

$$PA^2 = 40,96 - 5,76$$

$$PA^2 = 35,2$$

$$PA = \sqrt{35,2} \text{ valeur exacte}$$

$$PA \approx 5,93 \text{cm valeur approchée}$$

Le côté PA mesure environ 5,93cm.

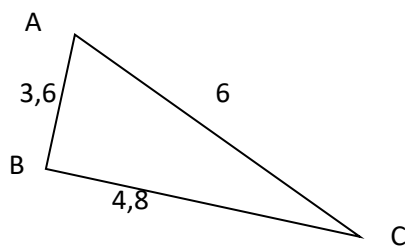
#### 4°) Réciproque du théorème de Pythagore.

La **réciproque** du théorème de Pythagore permet de prouver qu'un triangle est rectangle lorsque l'on connaît les mesures de ses trois côtés.

La **contraposée** du théorème de Pythagore permet de prouver qu'un triangle n'est pas rectangle lorsque l'on connaît les mesures de ses trois côtés.

Exemples :

Réciproque :



Côté le plus long : AC

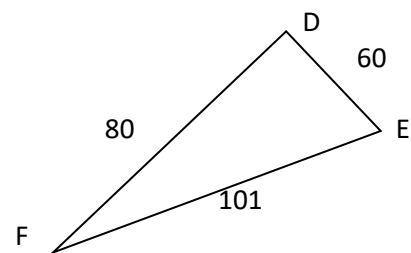
$$AC^2 = 6^2 = 36$$

$$AB^2 + BC^2 = 3,6^2 + 4,8^2 = 12,96 + 23,04 = 36$$

$$\text{On a : } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Contraposée :



Côté le plus long : FE

$$FE^2 = 101^2 = 10\,201$$

$$FD^2 + DE^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600 = 10\,000$$

$$\text{On a : } FE^2 \neq FD^2 + DE^2$$

Donc, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle FDE n'est pas rectangle.