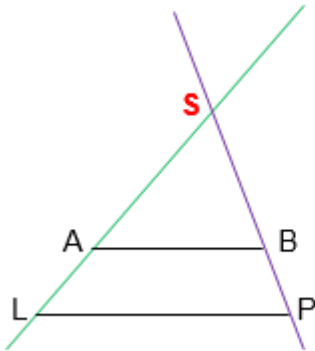


1°) Réciproque du théorème de Thalès.

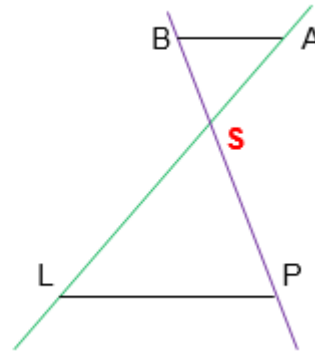
La **réciproque** du théorème de Thalès permet de démontrer que deux droites sont parallèles lorsque l'on a une configuration de Thalès, et que l'on connaît les mesures nécessaires.

Considérons que l'on soit dans une des deux configurations suivantes :



On écrira :

Les points S, A, L et S, B, P sont alignés et dans cet ordre.



Les points B, S, P et A, S, L sont alignés et dans cet ordre.

Et considérons que l'on connaisse les mesures suivantes :

$$SA = 4 \ ; \ SL = 5 \ ; \ SB = 3 \ ; \ SP = 3,75$$

Calculons les rapports suivants :

$$\frac{SA}{SL} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{SB}{SP} = \frac{3 \times 100}{3,75 \times 100} = \frac{300 \div 75}{375 \div 75} = \frac{4}{5}$$

On observe que :

$$\frac{SA}{SL} = \frac{SB}{SP}$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (LP) sont parallèles.

Remarque : pour vérifier que les deux quotients soient égaux, on aurait aussi pu tester l'égalité du produit en croix. En effet, rappelons la règle de calcul suivante :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc, \text{ avec } b \neq 0, d \neq 0$$

Donc on aurait pu calculer $SA \times SP = 4 \times 3,75 = 15$

Puis $SL \times SB = 5 \times 3 = 15$

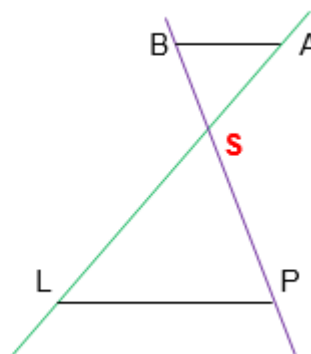
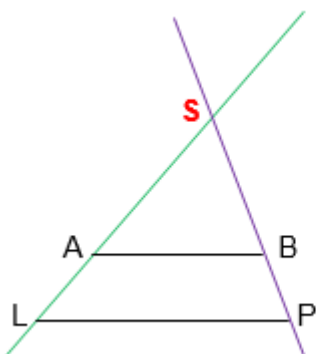
Et en déduire que $SA \times SP = SL \times SB$ donc on a bien $\frac{SA}{SL} = \frac{SB}{SP}$

d'après la réciproque du théorème de Thalès, les deux droite (AB) et (LP) sont parallèles.

2°) Contraposée du théorème de Thalès.

La **contraposée** du théorème de Thalès permet de démontrer que deux droites ne sont pas parallèles lorsque l'on a une configuration de Thalès et que l'on connaît les mesures nécessaires.

Considérons à présent que l'on soit dans une des deux configurations suivantes :



On écrira :

Les points S, A, L et S, B, P sont alignés et dans cet ordre.

Les points B, S, P et A, S, L sont alignés et dans cet ordre.

Et considérons que l'on connaisse les mesures suivantes :

$$SA = 8 ; SL = 10 ; SB = 7 ; SP = 7,5$$

Calculons les rapports suivants :

$$\frac{SA}{SL} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$$

$$\frac{SB}{SP} = \frac{7 \times 10}{7,5 \times 10} = \frac{70 \div 5}{75 \div 5} = \frac{14}{15}$$

On observe que :

$$\frac{SA}{SL} \neq \frac{SB}{SP}$$

Donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (AB) et (LP) ne sont pas parallèles.

Remarque : autre méthode : on veut savoir si les quotients $\frac{SA}{SL}$ et $\frac{SB}{SP}$ sont égaux.

Je calcule donc $SA \times SP = 8 \times 7,5 = 60$

Puis $SL \times SB = 10 \times 7 = 70$

Et j'en déduis que $SA \times SP \neq SL \times SB$ donc d'après l'égalité du produit en croix, on a bien $\frac{SA}{SL} \neq \frac{SB}{SP}$ donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les deux droite (AB) et (LP) ne sont pas parallèles.