Prérequis : résolution d'une équation du premier degré à une inconnue ; factorisation.

1°) Equations produit nul.

On appelle équation produit nul une équation sous forme factorisée dont l'un des deux membres est 0.

Règle : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des deux facteurs est nul.

Exemples :

$(x+3)(2x-7)=0$

C'est une équation produit nul.

$x+3=0$ ou $2x-7=0$
$x=-3$ ou $2x=7$
$x=-3$ ou $x=\frac{7}{2}$

L'équation admet deux solutions :
$$S=\left\{-3\,;\frac{7}{2}\right\}$$

$5x(3-4x)=0$

C'est une équation produit nul.

$5x=0$ ou $3-4x=0$
$x=0$ ou $-4x=-3$
$x=0$ ou $x=\frac{-3}{-4}$
$x=0$ ou $x=\frac{3}{4}$

L'équation admet deux solutions :
$$S=\left\{0\,;\frac{3}{4}\right\}$$

$(4x-10)^2=0$

C'est une équation produit nul.

$4x-10=0$
$4x=10$
$x=\frac{10\div 2}{4\div 2}$
$x=\frac{5}{2}$

L'équation admet une solution :
$$S=\left\{\frac{5}{2}\right\}$$

Applications directes : 21 p.30, 57 à 59 p.33

2°) Résolution par factorisation d'une expression du second degré.

Règle : lorsque l'on doit résoudre une équation qui contient un terme de degré 2, on doit faire apparaître un 0 dans le membre de droite, et factoriser le membre de gauche.

Rappel : règles de factorisation

- Mise en évidence d'un facteur commun : $3x^2+8x=x(3x+8)$
- Application d'une identité remarquable : $4x^2+4x+1=(2x+1)^2$
  $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$
  $121-4x^2=(11-2x)(11+2x)$

Exemples :

$4x^2+4x=-1$
$4x^2+4x+1=0$
$(2x+1)^2=0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.
$2x+1=0$
$2x=-1$
$x=-\frac{1}{2}$
L'équation admet une solution :
$$S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$121=4x^2$
$121-4x^2=0$
$(11-2x)(11+2x)=0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
$11-2x=0$ ou $11+2x=0$
$-2x=-11$ ou $2x=-11$
$x=\frac{11}{2}$ ou $x=-\frac{11}{2}$
L'équation admet deux solutions :
$$S=\left\{-\frac{11}{2}\,;\frac{11}{2}\right\}$$

$3x^2+8x=0$
$x(3x+8)=0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
$x=0$ ou $3x+8=0$
$x=0$ ou $3x=-8$
$x=0$ ou $x=-\frac{8}{3}$
L'équation admet deux solutions :
$$S=\left\{-\frac{8}{3}\,;0\right\}$$

Applications directes : 60 à 62 p.33

Autre exemple :

$(3x+5)^2-100=0$

$(3x+5)^2-10^2=0$

$[(3x+5)-10]\times[(3x+5)+10]=0$

$(3x+5-10)(3x+5+10)=0$

$(3x+5)(3x+15)=0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$3x+5=0$ ou $3x+15=0$

$3x=-5$ ou $3x=-15$

$x=-\frac{5}{3}$ ou $x=-\frac{15}{3}=-5$

L'équation admet deux solutions : $S=\left\{-5\,;\,-\frac{5}{3}\right\}$.

Entraînez-vous :

a) $(4x+5)(3x-2)=0$
b) $(2x-3)+(5x-8)=0$
c) $7x(x+3)+2x(x+8)=0$
d) $16x^2+8x+1=0$
e) $(2x+8)^2-64=0$
f) $\frac{x^2}{49}-\frac{2}{7}x+1=0$
g) $(x+8)-(5x+3)=0$