

1°) Règles de calcul avec les puissances

On définit a, b deux nombres non nuls et n, p deux entiers naturels ou relatifs.

Alors :

Exemple :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$3^1 = 3$$

$$5^0 = (-4)^0 = 1$$

$$\begin{aligned} 2^3 \times 2^2 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^{3+2} \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2^5}{2^3} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} \\ &= 2 \times 2 \\ &= 2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6^2 &= (3 \times 2)^2 \\ &= 3 \times 2 \times 3 \times 2 \\ &= 3 \times 3 \times 2 \times 2 \\ &= 3^2 \times 2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2^2)^3 &= 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2^3}{2^4} &= \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= \frac{1}{2} \\ &\text{et} \\ \frac{2^3}{2^4} &= 2^{3-4} \\ &= 2^{-1} \end{aligned}$$

Généralisation :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$(a^n)^p = a^{np}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2°) Les puissances de 10

Soit n un nombre entier positif. Alors :

- Pour multiplier par 10^n il faut décaler la virgule de n rangs vers la droite.

Exemple : $54 \times 10^3 = 54\,000$

- Pour multiplier par 10^{-n} il faut décaler la virgule de n rangs vers la gauche.

Exemple : $403 \times 10^{-5} = 0,004\,03$

- Diviser par 10^n , c'est multiplier par 10^{-n}

Exemple : $\frac{3,7}{10^3} = 3,7 \times 10^{-3} = 0,0037$

- Diviser par 10^{-n} , c'est multiplier par 10^n

Exemple : $\frac{0,75}{10^{-5}} = 0,75 \times 10^5 = 75\,000$

A retenir :

Préfixes	Notation	Puissance de 10	Rang du chiffre	En mètres, c'est grand comme...
...	Taille de l'Univers...
Giga	G	10^9	Milliard	Diamètre du Soleil
		10^8	Centaine de millions	Distance Terre-Lune
		10^7	Dizaines de millions	Diamètre de la Terre
Méga	M	10^6	Millions	Europe
		10^5	Centaine de milliers	Irlande
		10^4	Dizaine de milliers	Angers – Le Mans
Kilo	k	10^3	Millier	Hauteur d'une montagne
Hecto	h	10^2	Centaine	Hauteur de la Tour Eiffel
Déca	da	10^1	Dizaine	Longueur d'une piscine / arbre
		10^0	Unités	Un homme
Déci	d	10^{-1}	Dixième	Une trousse
Centi	c	10^{-2}	Centième	Une grande fourmi
Milli	m	10^{-3}	Millième	Insectes xylophages / sable
		10^{-4}	dix-millième	Paramécies
		10^{-5}	Cent-millième	Cellules
Micro	μ	10^{-6}	Millionième	Bactéries
		10^{-7}	dix-millionième	Virus
		10^{-8}	Cent-millionième	Protéines
Nano	n	10^{-9}	Milliardième	Molécules
...	Atomes / électrons / ...

3°) Écriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et n un entier relatif.

Exemples : donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$70\,400\,000 = 7,04 \times 10^7$$

$$0,43 = 4,3 \times 10^{-1}$$

$$0,000\,009\,01 = 9,01 \times 10^{-6}$$

$$140 \times 10^6 = 1,4 \times 10^2 \times 10^6 = 1,4 \times 10^{2+6} = 1,4 \times 10^8$$

4°) Priorité des opérations

Les puissances sont prioritaires sur les multiplications et sur les additions.

Exemples :

$$3 - 3^3 = 3 - 27 = -24 \quad ; \quad 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100 \dots$$

Comment calculer avec des nombres en écriture scientifique : effectuer les calculs suivant et donner l'écriture scientifique du résultat final.

$$\text{On donne } A = 3,468 \times 10^7 \quad B = 2,4 \times 10^6 \quad C = 5,1 \times 10^{-2}$$

$$A + B = 3,468 \times 10^7 + 2,4 \times 10^6$$

$$A + B = 34,68 \times 10^6 + 2,4 \times 10^6$$

$$A + B = (34,68 + 2,4) \times 10^6$$

$$A + B = 37,08 \times 10^6$$

$$A + B = 3,708 \times 10^7$$

$$A - 2B = 3,468 \times 10^7 - 2 \times 2,4 \times 10^6$$

$$A - 2B = 34,68 \times 10^6 - 4,8 \times 10^6$$

$$A - 2B = (34,68 - 4,8) \times 10^6$$

$$A - 2B = 29,88 \times 10^6$$

$$A - 2B = 2,988 \times 10^7$$

$$B \times C = 2,4 \times 10^6 \times 5,1 \times 10^{-2}$$

$$B \times C = 2,4 \times 5,1 \times 10^6 \times 10^{-2}$$

$$B \times C = 12,24 \times 10^{6-2}$$

$$B \times C = 12,24 \times 10^4$$

$$B \times C = 1,224 \times 10^5$$

$$A \div C = \frac{3,468 \times 10^7}{5,1 \times 10^{-2}}$$

$$A \div C = \frac{3,468}{5,1} \times \frac{10^7}{10^{-2}}$$

$$A \div C = 0,68 \times 10^{7-(-2)}$$

$$A \div C = 0,68 \times 10^9$$

$$A \div C = 6,8 \times 10^8$$