CORRIGE DE L'EPREUVE – Décembre 2016, 3ème.

Comme les instructions officielles du ministère de l'Education Nationale le précisent, lors des examens officiels, la correction ne se bornera pas uniquement au résultat brut, mais devra tenir compte également de la démarche effectuée tout au long de l'exercice.

Bon courage pour cette correction !
Cordialement,
Les professeurs de Mathématiques en 3ème.

Exercice 1.

a) 190 et 114 sont deux nombres pairs, donc ont au moins comme diviseur commun le nombre 2. La fraction n'est donc pas irréductible.
b) On obtiendra $190 = 2\times5\times19$ et $114 = 2\times3\times19$.
c) On a donc $\frac{190}{114} = \frac{2\times5\times19}{2\times3\times19} = \frac{5}{3}$.

Exercice 2.

a) Pour que le ventilateur s'allume, il faut que la température soit strictement supérieure à 20°.
b) Si la condition précédente n'est pas remplie, le programme attend 30 minutes avant de mesurer à nouveau la température.
c) Ce programme permet d'allumer automatiquement un ventilateur lorsque la température est trop élevée, et de l'éteindre automatiquement lorsque la température baisse.

Exercice 3.

a) Au préalable je calcule $AB = 118 - 81 = 37$m.
Dans le triangle ABC rectangle en B j'utilise le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 37^2 + 101^2$
$AC^2 = 1\ 369 + 10\ 201$
$AC^2 = 11\ 570$
$AC \approx 107{,}56$ que l'on arrondira à environ 108m.
La longueur AC mesure environ 108m.
b) Dans le triangle ABC rectangle en B j'utilise la trigonométrie :
$\cos\widehat{BCA} = \frac{BC}{AC} = \frac{101}{108}$ donc $\widehat{BCA} \approx 20{,}7°$ que l'on arrondira à 21°.
La pente est d'environ 21°.
c) Le funiculaire met 1 minute et 20 secondes pour parcourir 108m.
Je convertis 1 minute 20 secondes en secondes : $1\times60 + 20 = 80$ secondes.
La vitesse du funiculaire en m/s est donc $\frac{108}{80} = 1{,}35$ mètres par secondes.
d) 12 + 35 = 47 donc au total il y a 47 personnes, 47<60, la première consigne de sécurité est respectée.
$12\times72 + 35\times40 = 864 + 1\ 400 = 2\ 264$ donc la masse totale est 2 264 kg = 2,264 tonnes, ce qui est bien inférieur à 4 tonnes, donc la deuxième consigne de sécurité est bien vérifiée.

Exercice 4.

a) Dans le triangle CED le côté le plus long est CE

$CE^2 = 90^2 = 8\,100$

$CD^2 + DE^2 = 72^2 + 54^2$

$\quad = 5\,184 + 2\,916$

$CD^2 + DE^2 = 8\,100$

On a $CE^2 = CD^2 + DE^2$. Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle CED est rectangle en D.

b) Dans le triangle DFH rectangle en D j'utilise le cosinus.

$$\cos\widehat{DHF} = \frac{\text{côté } adjacent \text{ à } \widehat{DHF}}{hypoténuse}$$

$$= \frac{DH}{FH}$$

$$FH = \frac{DH}{\cos\widehat{DHF}}$$

$$= \frac{23{,}2}{\cos 35}$$

$FH \approx 28{,}3$ cm.

c) Les points C, D, H ; ainsi que les points F, D, E ; sont alignés et dans cet ordre.

$$\frac{DC}{DH} = \frac{72}{23{,}2} \approx 3{,}1$$

$$\frac{DE}{DF} = \frac{54}{16{,}2} \approx 3{,}33$$

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (CE) et (FH) ne sont pas parallèles.

Exercice 5.

1°) a) $15\times 0{,}15 + 2{,}5 = 2{,}25 + 2{,}5 = 4{,}75$. Zorad doit payer 4,75€ pour envoyer 15 SMS.

1°) b) Zorad devra payer 2,5€ s'il n'envoie aucun SMS.

1°) c) $6{,}70 - 2{,}5 = 4{,}20$ et $4{,}20 \div 0{,}15 = 28$ donc il peut envoyer 28 SMS avec 6,70€.

2°) a) $f(16) = 2{,}5 + 0{,}15\times 16 = 2{,}5 + 2{,}4 = 4{,}9$. Cela signifie que si Zorad envoie 16 SMS, alors il payera 4,9€.

2°) b) on cherche x tel que $f(x) = 16$ donc $2{,}5 + 0{,}15x = 16$ donc $0{,}15x = 13{,}5$ d'où $x = 90$. Cela signifie qu'il peut envoyer 90 SMS s'il peut payer 16€.

3°) a) Sur l'axe des abscisses on a représenté le nombre de SMS envoyés et sur l'axe des ordonnées on a représenté le prix payé en €.

3°) b) Graphiquement sur l'annexe on doit observer les traits permettant de lire $f(16) = 4{,}9$.

3°) c)

x	5	10	15	20
$f(x)$	3,25	4	4,75	5,5

Exercice 6.

1°) Si on applique le programme à 5 on obtient 49 :

$5 \longmapsto 25 \longmapsto 100 \longmapsto 100 - 10 = 90 \longmapsto 90 - 50 = 40 \longmapsto 40 + 9 = 49$

2°) Si on applique le programme à x on obtient bien $4x^2 - 2x - 10x + 9$ car :

$x \longmapsto x^2 \longmapsto 4x^2 \longmapsto 4x^2 - 2x \longmapsto 4x^2 - 2x - 10x = 4x^2 - 12x \longmapsto 4x^2 - 12x + 9$

3°) $f(x) = 4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2\times 2x\times 3 + 3^2 = (2x-3)^2$.

4°) Oui il est possible de créer un programme plus rapide :

1. Choisir un nombre.
2. Calculer le double de ce nombre.
3. Soustraire 3 au résultat.
4. Mettre le résultat au carré.

Exercice 7.

1°) E est le carré d'un nombre entier.
2°) F est divisible par 4.
3°) 28 est un nombre parfait (28=1+2+4+7+14).
4°) La différence entre le carré d'un nombre premier impair et 1 fait toujours un multiple de 4.