

3<sup>ème</sup> 1

lundi 15 mai 2017

durée : 2 heures

Matériel autorisé : copies, crayon, gomme, stylo, matériel de géométrie.



Calculatrice autorisée.

**Consignes :**

- Le barème total est sur 50 points, dont 5 points pour la présentation de la copie et l'utilisation de la langue française. La note sera rapportée à une note sur 20 dans le bulletin.
- Ce sujet comporte 5 pages.
- Le sujet est constitué de 8 exercices indépendants. Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.
- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
- Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.
- Répartition des points :

Exercice n°1 sur 5 points

Exercice n°2 sur 5 points

Exercice n°3 sur 7 points

Exercice n°4 sur 5 points

Exercice n°5 sur 7 points

Exercice n°6 sur 5 points

Exercice n°7 sur 6 points

Exercice n°8 sur 5 points

Présentation de la copie et utilisation de la langue française : sur 5 points.

**Exercice 1** (sujet Pondichéry 2017)

**5 points**

On considère l'expression  $E = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$

1°) Développer  $E$ .

1 pt

2°) Factoriser  $E$  et vérifier que  $E = 2F$ , où  $F = x(x - 2)$

2 pts

3°) Déterminer tous les nombres  $x$  tels que  $(x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2) = 0$

2 pts

**Exercice 2** (inspiré du manuel de mathématiques)

**5 points**

La pyramide de Khéops, en Egypte, a une hauteur de 146,60 m et une base carrée de côté 230 m.



On rappelle que la formule du volume, en  $m^3$ , d'une pyramide est :  $\mathcal{V} = (B \times h) \div 3$ , où  $B$  représente l'aire de la base, en  $m^2$ , de la pyramide, et  $h$  la hauteur, en m, de la pyramide.

On souhaite fabriquer une maquette de la pyramide de Khéops, qui serait une réduction de rapport  $\frac{1}{4}$ .

a) Calculer l'aire de la base, en  $m^2$ , de la pyramide réelle.

1 pt

b) Calculer le volume, en  $m^3$ , de la pyramide réelle.

1 pt

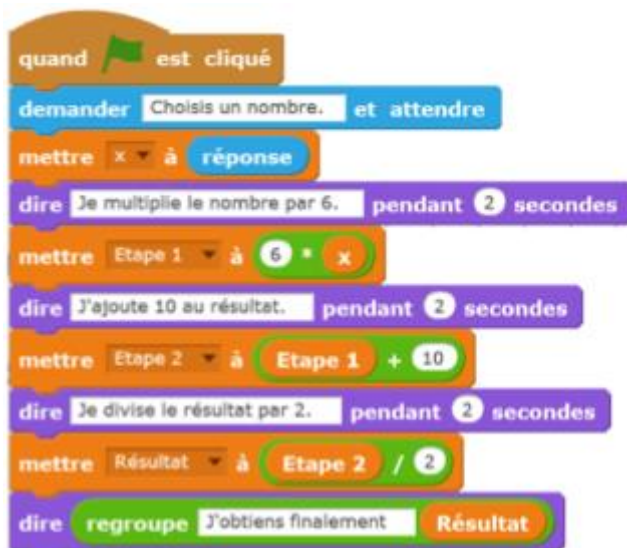
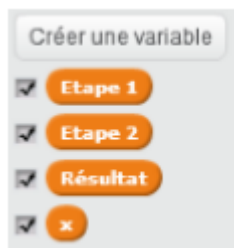
c) Calculer quel sera l'aire de la base, en  $m^2$ , ainsi que le volume, en  $m^3$ , de la maquette.

3 pts

**Exercice 3** (sujet Pondichéry 2017)

**7 points**

On considère le programme de calcul ci-contre dans lequel  $x$ , Etape 1, Etape 2 et Résultat sont quatre variables.



1°) a) Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « j'obtiens finalement 20 ».

1 pt

b) Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?

1 pt

2°) Julie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « j'obtiens finalement 8 ». Quel nombre Julie avait-elle choisi au départ ?

2 pts

3°) Si l'on appelle  $x$  le nombre choisi au départ, écrire en fonction de  $x$  l'expression obtenue à la fin du programme, puis réduire cette expression autant que possible.

1 pt

4°) Maxime utilise le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre.  
Lui ajouter 2.  
Multiplier le résultat par 5.

2 pts

Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Maxime est le même que celui obtenu par Julie ?

**Exercice 4** (inspiré du manuel de mathématiques)

**5 points**

Voici les tailles, en cm, de 29 plantules de blé 10 jours après la mise en germination.

Taille (en cm)	0	10	15	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	4	6	2	3	3	4	4	2

1°) Déterminer la moyenne de cette série.

2 pts

2°) Déterminer la médiane de cette série.

2 pts

3°) En observant les valeurs de la série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.

1 pt

**Exercice 5** (sujet Pondichéry 2017)**7 points**

Pour ses 32 ans, Denis a acheté un vélo d'appartement afin de pouvoir s'entraîner pendant l'hiver. La fréquence cardiaque (FC) est le nombre de pulsations (ou de battements) du cœur par minutes.

1°) Denis veut estimer sa fréquence cardiaque : en quinze secondes, il a compté 18 pulsations. A quelle fréquence cardiaque, exprimée en pulsations par minutes, cela correspond-il ?

1 pt

2°) Son vélo est équipé d'un cardiofréquence qui lui permet d'optimiser son effort en enregistrant, dans ce cardiofréquence, toutes les pulsations de son cœur. A un moment donné, le cardiofréquence a mesuré un intervalle de 0,8 secondes entre deux pulsations. Calculer la fréquence cardiaque qui sera affichée par le cardiofréquence.

1 pt

3°) Après une séance d'entraînement, le cardiofréquence lui a fourni les renseignements suivants :

Nombre de pulsations enregistrées	Fréquence minimale enregistrée	Fréquence moyenne	Fréquence maximale enregistrée
3640	65 pulsations / minute	130 pulsations / minute	182 pulsations / minute

2 pts

- a) Quelle est l'étendue des fréquences cardiaques enregistrées ?  
 b) Denis n'a pas chronométré la durée de son entraînement. Quelle a été cette durée ?

4°) Denis souhaite connaître sa fréquence cardiaque maximale conseillée (FCMC) afin de ne pas la dépasser et ainsi de ménager son cœur. La FCMC d'un individu dépend de son âge  $a$ , exprimé en années, elle peut s'obtenir grâce à la formule suivante établie par Astrand et Ryhming :

$$\text{Fréquence cardiaque maximale conseillée} = 220 - \text{âge}.$$

2 pts

On note  $f(a)$  la FCMC en fonction de l'âge  $a$ , on a donc  $f(a) = 220 - a$ .

- a) Vérifier que la FCMC de Denis est égale à 188 pulsations / minute.  
 b) Comparer la FCMC de Denis avec la FCMC d'une personne de 15 ans.

5°) Après quelques recherches, Denis trouve une autre formule permettant d'obtenir sa FCMC de façon plus précise. Si  $a$  désigne l'âge d'un individu, sa FCMC peut être calculée à l'aide de la formule de Gellish :

$$\text{Fréquence cardiaque maximale conseillée} = 191,5 - 0,007 \times \text{âge}^2.$$

On note  $g(a)$  la FCMC en fonction de l'âge  $a$ , on a donc  $g(a) = 191,5 - 0,007 \times a^2$ .

Denis utilise un tableur pour comparer les résultats obtenus à l'aide des deux formules :

	A	B	C
1	Age $a$	FCMC $f(a)$ (Astrand et Ryhming)	FCMC $g(a)$ (Gellish)
2	30	190	185,2
3	31	189	184,773
4	32	188	184,332
5	33	187	183,877

1 pt

Quelle formule faut-il insérer dans la cellule C2 puis recopier vers le bas, pour pouvoir compléter la colonne « FCMC  $g(a)$  (Gellish) » ?

**Exercice 6** (sujet Pondichéry 2017)**5 points**

Alban souhaite proposer sa candidature pour un emploi dans une entreprise. Il doit envoyer dans une seule enveloppe : 2 copies de sa lettre de motivation et 2 copies de son Curriculum Vitae (CV). Chaque copie est rédigée sur une feuille au format A4.

1°) Il souhaite faire partir son courrier en lettre prioritaire. Pour déterminer le prix du timbre, il obtient sur internet la grille de tarif d'affranchissement suivante :

Lettre prioritaire	
Masse jusqu'à	Tarifs nets
20 g	0,80 €
100 g	1,60 €
250 g	3,20 €
500 g	4,80 €
3 kg	6,40 €

2 pts

Le tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'une lettre ?

2°) Afin de choisir le bon tarif d'affranchissement, il réunit les informations suivantes :

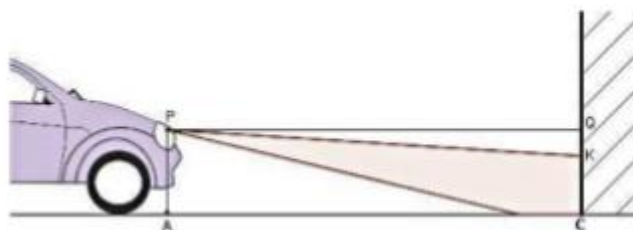
- Masse de son paquet de 50 enveloppes : 175 g.
- Dimensions d'une feuille A4 : 21 cm de largeur et 29,7 cm de longueur.
- Grammage d'une feuille A4 : 80 g/m<sup>2</sup> (le grammage est la masse par m<sup>2</sup> de feuille).
- 1 m<sup>2</sup> = 10<sup>4</sup> cm<sup>2</sup>.

3 pts

Quel tarif d'affranchissement doit-il choisir ?

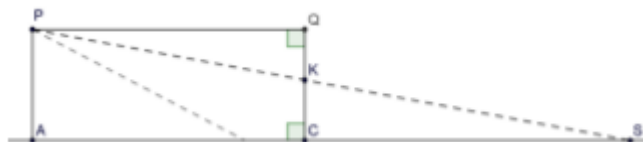
**Exercice 7** (inspiré sujet zéro)**6 points**

Pour régler les feux de croisement d'une automobile, on la place face à un mur vertical. Le phare, identifié au point P, émet un faisceau lumineux dirigé vers le sol.



On relève les mesures suivantes : PA=0,7 m AC=QP=5m CK=0,61m.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, le point S représente l'endroit où le rayon supérieur du faisceau rencontrerait le sol en l'absence du mur.



On considère que les feux de croisement sont bien réglés si le rapport  $\frac{QK}{QP}$  est compris entre 0,015 et 0,2.

1°) Vérifier que les feux de croisement de la voiture sont bien réglés.

1 pt

2°) A quelle distance maximale de la voiture un obstacle se trouvant sur la route est-il éclairé par les feux de croisement ?

3 pts

3 °) Déterminer dans ce cas quel est l'angle  $\widehat{PAS}$  correspondant.

2 pts

**Exercice 8** (inspiré manuel de mathématiques)**5 points**

Maxime et Claire vivent ensemble et ne sont pas mariés. Ils n'ont pas d'enfants.

Cette année, ils chacun fait leur propre déclaration, séparément.

D'après les documents suivants, auraient-ils payé moins d'impôts en étant mariés et en faisant une déclaration commune ?

**Document n°1 : formules de calcul.**

R : montant du revenu imposable en €.

N : nombre de parts.

Tranche du revenu net imposable en €.	Taux d'imposition.	Formule de calcul de l'impôt à payer.
Jusqu'à 9 700	0 %	-
De 9 701 à 26 791	14 %	$0,14 \times R - 1\,358 \times N$
De 26 792 à 71 826	30 %	$0,3 \times R - 5\,644,56 \times N$
De 71 827 à 152 108	41 %	$0,41 \times R - 13\,545,42 \times N$
Plus de 152 108	45 %	$0,45 \times R - 19\,629,74 \times N$

**Document n°2 : revenus imposables.**

Montant des revenus imposables à déclarer :

- Maxime : 25 905 €
- Claire : 27 750 €

**Document n°3 : Nombre de parts.**

Célibataire	1
Couple marié soumis à imposition commune	2