2nde 1 et 2 – DEVOIR SUR TABLE – LUNDI 15/05/2017 – durée : 2 heures

Matériel autorisé : copies, crayon, gomme, stylo, matériel de géométrie. **Calculatrice en mode examen.**

Exercice 1 *2,5 points*

Anita possède une carte bleue. Elle ne se souvient plus exactement de son code.
Un code de carte bleue est composé de quatre chiffres de 0 à 9, la répétition d'un chiffre étant possible.

a. Justifier qu'il existe 10 000 codes possibles pour une carte bancaire.

Pour chacun des chiffres, j'ai dix choix possibles. Or 10x10x10x10=10 000. Il y a donc 10 000 combinaisons possibles pour le code de la carte bancaire.

b. Anita se souvient que le premier des quatre chiffres est un 5, et que le dernier des quatre chiffres est un 9. Elle se souvient que son code est constitué par deux chiffres pairs et deux chiffres impairs. Elle se souvient également que l'un des deux chiffres restant est un 6, et que dans son code personnel, aucun chiffre ne se répète.
Avec ces informations, quelle est la probabilité qu'elle parvienne à retrouver son code dès le premier essai ?

Avec ces informations, il n'y a que huit codes possibles : 5N69 ou 56N9 sachant que N est égal à 0, 2, 4 ou 8. La probabilité qu'elle parvienne à retrouver son code dès le premier essai avec ces informations est donc de 1/8=0,125.

c. Anita a raté les deux premiers essais, si elle rate le troisième, alors le distributeur de billets ne lui rendra pas sa carte de crédit. Justifier que la probabilité qu'elle ne récupère pas sa carte de crédit est d'environ 0,83.

Parmi les huit codes possibles, Anita en a déjà raté deux, donc il en reste 6. Parmi les 6 codes restant, 5 codes auront pour conséquence que le distributeur ne rendra pas la carte bancaire, la probabilité associée est donc 5/6≈ 0,83.

Exercice 2 *2,5 points*

On lance deux dés cubiques non pipés, à six faces numérotées de 1 à 6, simultanément.
On note le plus grand des deux chiffres obtenus.

a. Utiliser un tableau à double entrée pour modéliser la situation.

		Dé 2					
		1	2	3	4	5	6
Dé 1	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	2	3	4	5	6
	3	3	3	3	4	5	6
	4	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6

b. Quel est l'univers de toutes les issues possibles ?

L'univers associé à l'expérience est : {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}

c. Etablir la loi de probabilité de l'expérience.

On construit la loi de probabilité suivante, à partir du tableau donné en question a :

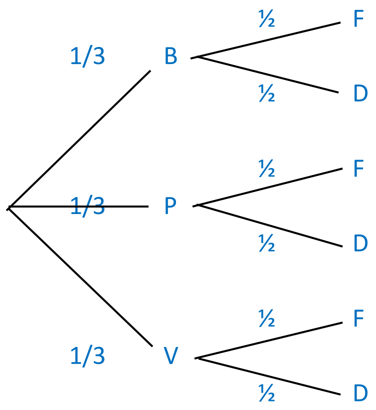
Issue	1	2	3	4	5	6	TOTAL
Probabilité	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{36}{36}$

Exercice 3 *2,5 points*

Laurent va au restaurant. Il choisit la formule « menu express ». Avec cette formule, il doit choisir un plat parmi bœuf, poisson, ou plat végétarien ; puis il doit prendre soit du fromage, soit un dessert.
On définit les événements suivants :
B : « le client choisit un morceau de bœuf »
P : « le client choisit du poisson »
V : « le client choisit un plat végétarien »
F : « le client choisit du fromage »

D : « le client choisit un dessert »
On suppose qu'il y a autant de chance qu'un client choisisse un morceau de bœuf, du poisson, ou un plat végétarien ; et on suppose qu'il y a autant de chance qu'un client choisisse du fromage ou un dessert.

a. Construire un arbre pondéré représentant la situation.



b. En utilisant l'arbre, déterminer la probabilité qu'un client :

i. Choisisse un plat végétarien et un dessert. $p(V \cap D) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

ii. Choisisse un plat végétarien ou un dessert.

$$p(V \cup D) = p(V) + p(P \cap D) + p(B \cap D) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

iii. Ne choisisse pas de poisson ni de fromage. $p(B \cap D) + p(V \cap D) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$

<u>Exercice 4</u> *2,5 points*

On dit que l'on a deux événements A et B indépendants lorsque $p(A) \times p(B) = p(A \cap B)$.
On considère un univers Ω associé à une expérience aléatoire. Soient A et B deux événements.
On donne les informations suivantes : $p(\bar{A}) = 0{,}125$; $p(A \cup B) = 0{,}925$; $p(A \cap B) = 0{,}35$

1°) Calculer $p(A) = 1 - 0{,}125 = 0{,}875$

2°) Calculer $p(B) = p(A \cup B) + p(A \cap B) - p(A) = 0{,}925 + 0{,}35 - 0{,}875 = 0{,}4$

3°) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier.

$p(A) \times p(B) = 0{,}4 \times 0{,}875 = 0{,}35 = p(A \cap B)$ donc oui

<u>Exercice 5</u> *2,5 points*

Si x est un angle aigu d'un triangle rectangle, alors on a : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

1°) Démontrer une des deux formules. Voir le cahier de cours

2°) Utiliser ces formules pour démontrer l'égalité suivante : $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad donc \quad \tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \quad donc \quad 1 + \tan^2 x = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

<u>Exercice 6</u> *2,5 points*

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.

1°) Si a est la mesure d'un des côtés de l'angle droit (on suppose que $a > 0$), démontrer que $BC = a\sqrt{2}$.

Le triangle ABC étant rectangle en A je peux utiliser le théorème de Pythagore et donc $BC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

2°) Démontrer que $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3°) Démontrer que $\cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Dans le triangle rectangle je peux utiliser la trigonométrie.

Dans un triangle la somme des angles fait 180°, et dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux. Ainsi, (180 – 90) : 2 = 45 donc les angles à la base d'un triangle rectangle et isocèle font 45°.

On a donc $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4°) En utilisant le résultat de la question 3 et les formules de trigonométrie de l'exercice précédent, en déduire la valeur exacte de $\sin 45$ et de $\tan 45$.

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ donne $\sin^2 45 = 1 - \cos^2 45 = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ donc $\sin 45 = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ donne $\tan 45 = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$

<u>Exercice 7</u> *2,5 points*

1°) Tracer sur la copie un cercle trigonométrique et placer les réels suivants, correspondant à l'enroulement de la droite des réels :

$$\frac{3\pi}{4} \ ; \ -\frac{3\pi}{2} \ ; \ \frac{5\pi}{6} \ ; \ -\frac{\pi}{3} \ ; \ 0 \ ; \ -\pi$$

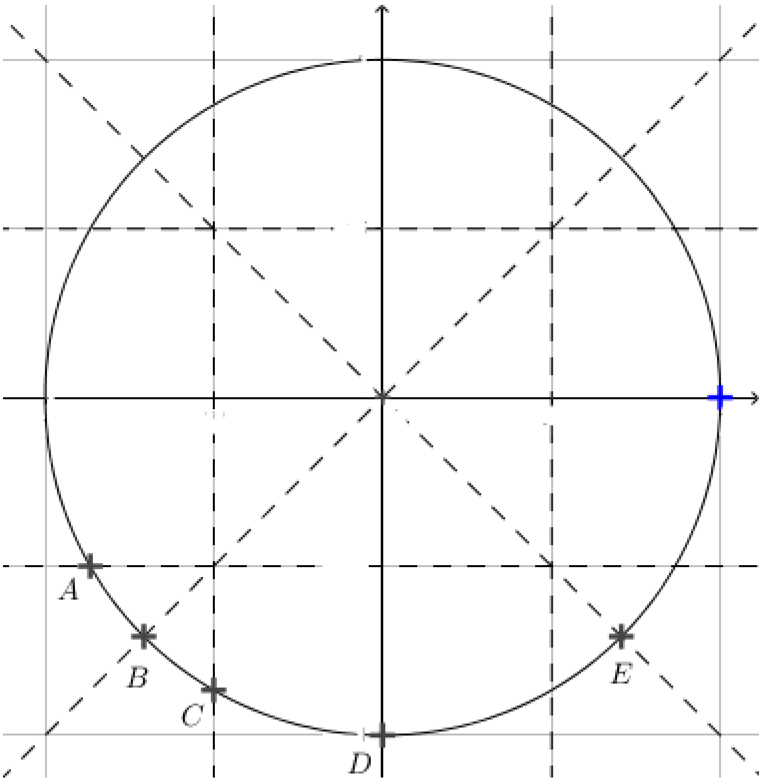
2°) Donner un nombre positif et un nombre négatif qui sont positionnés au même endroit que $-\frac{3\pi}{4}$

Par exemple, $\frac{5\pi}{4}$ et $-\frac{11\pi}{4}$

3°) A quel endroit sera positionné le nombre $\frac{2017\pi}{3}$? Après avoir expliqué le raisonnement, placer ce nombre sur le cercle précédent. Un tour complet est 2π or $\frac{2017\pi}{3} = \frac{3\times2\pi\times336+1\pi}{3}$ donc ce nombre est au même endroit que $\frac{\pi}{3}$

<u>Exercice 8</u> *2,5 points*

Sur le cercle trigonométrique suivant, on a disposé les points A, B, C, D, E.



Utiliser le cercle trigonométrique pour répondre aux questions suivantes.
Aucune justification n'est demandée.
En cas de nécessité un schéma peut être réalisé sur la copie.

1°) Donner le réel de l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$ correspondant à ces points.

$A\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$; $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$; $C\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$; $D\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

2°) Donner le réel de l'intervalle $[0\ ;2\pi[$ correspondant à ces points.

$A\left(\frac{7\pi}{6}\right)$; $B\left(\frac{5\pi}{4}\right)$; $C\left(\frac{4\pi}{3}\right)$; $D\left(\frac{3\pi}{2}\right)$; $E\left(\frac{7\pi}{4}\right)$

3°) Citer un exemple de deux nombres qui ont le même sinus et qui ont le cosinus opposé.

$\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$: sur le cercle ils ont la même ordonnée (donc le même sinus) et les abscisses (donc le cosinus) opposés.

4°) Citer un exemple de deux nombres qui ont le même cosinus et qui ont le sinus opposé.

$\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$: sur le cercle ils ont la même abscisse (donc le même cosinus) et les ordonnées (sinus) opposées.