2^{nde} 1 et 2 – DEVOIR SUR TABLE – LUNDI 27/02/2017 – durée : 2 heures

Matériel autorisé : copies, crayon, gomme, stylo, matériel de géométrie. **Calculatrice en mode examen.**

Analyse, exercice 1 4 *points*

1°) Soit f la fonction définie sur $[0\,;4]$ par : $f(x) = (x-2)^2 + 16$.

a) Démontrer algébriquement que $f(x)$ admet un minimum sur $[0\,;4]$ dont on précisera la valeur, et pour quelle valeur de x il est atteint. *0,5 pt*

b) La parabole représentant f est-elle convexe ou concave ? Justifier. *0,25 pt*

c) Dresser le tableau des variations de f. *0,5 pt*

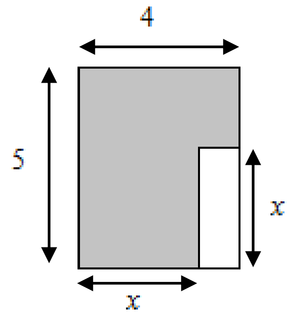
d) Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[0\,;4]$. On choisira les unités graphiques suivantes : 2cm en abscisse pour 1 unité, et 1cm en ordonnée pour 1 unité. *0,5 pt*

e) Tracer, dans le même repère, la droite horizontale d'équation $y = 17$. *0,25 pt*

f) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 17$ et contrôler graphiquement la cohérence du résultat. *0,5 pt*

2°) L'entreprise Prim'Jet se propose de réaliser un logo représentant la lettre P schématisée, dans une pièce métallique rectangulaire d'épaisseur 5mm.

Dans la figure suivante, la partie colorée représente la zone où le matériau doit être déposé. Les cotes sont exprimées en cm et $0 \leq x \leq 4$.



a) Exprimer l'aire de la partie colorée en fonction de x. *0,5 pt*

b) Vérifier que l'aire est donnée par la fonction f de la partie 1. *0,5 pt*

3°) Utiliser les résultats obtenus à la partie 1 pour répondre aux questions suivantes.

a) Quelle est la cote x pour laquelle la surface est minimale ? *0,25 pt*

b) L'entreprise qui a commandé les pièces propose de réaliser un logo dont l'aire est égale à 17 cm². Quelles sont les cotes x correspondantes ? *0,25 pt*

Analyse, exercice 2 4 *points*

L'unité de résistance électrique est l'ohm, notée Ω.

On fait passer un courant électrique dans deux résistances montées en parallèle R_1 et R_2.

La résistance équivalente à ces deux résistances est R telle que $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

On suppose que $R_1 = 50\Omega$ et que $R_2 = x$, variable de 1 à 5 Ω.

1°) Démontrer que $R = \frac{50x}{x+50}$ *0,75 pt*

2°) On considère la fonction r définie sur $[1\,;5]$ par : $r(x) = \frac{50x}{x+50}$

a) Montrer que $r(x) = 50 - \frac{2500}{x+50}$ *0,5 pt*

b) Etudier les variations de r sur $[1\,;5]$. *0,75 pt*

c) Déterminer un encadrement de $r(x)$ lorsque $1 \leq x \leq 5$. *0,75 pt*

d) Dresser le tableau des variations de r. *0,5 pt*

3°) Comment choisir R_2 pour avoir $R = 2\ \Omega$? *0,75 pt*

QCM *4 points*

Questionnaire à Choix Multiple. Pour chaque situation, trouver la/les solution(s) vraie(s). Sur la copie, reporter le numéro de la question et la/les solution(s) choisie(s). Aucune justification n'est exigée.

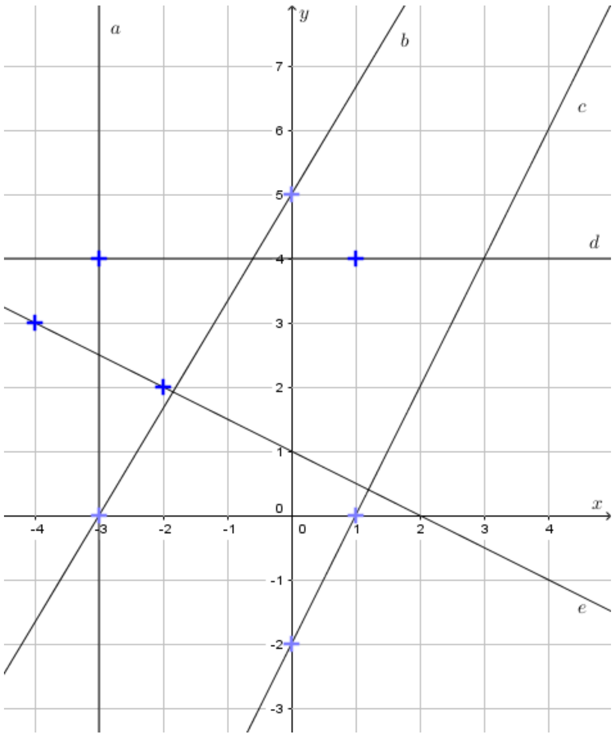
	A	B	C
1°) L'ensemble de solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $-2+\frac{4}{2x-3}=0$ est :	$S=\left\{\frac{5}{2}\right\}$	$S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$	$S=\emptyset$
2°) L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'inéquation $5+\frac{5}{2-x}\leq 0$ est :	$S=]-\infty;2[\cup[3;+\infty[$	$S=[2\,;3[$	$S=]2\,;3]$
3°) f est une fonction polynomiale de degré 2 telle que $f(3)=f(5)=1$ et $f(0)=16$, on note C_f sa courbe représentative.	C_f est concave	$f(x)\geq 0$ sur $\mathbb{R}$	Le sommet de la parabole est $(4;0)$
4°) L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'inéquation $(x+2)^2\leq 9$ est :	$S=]-\infty;-5]\cup[1;+\infty[$	$S=[-5;1]$	$S=]-\infty;1]$

Géométrie *8 points*

Dans cette partie, les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions, on se situe dans un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Déterminer algébriquement l'équation réduite de la droite d parallèle à la droite (AB) passant par C sachant que $A(-2;3)$, $B(1;-4)$, $C(3;1)$. *2 pts*

2°) Déterminer par lecture graphique l'équation de chacune des droites représentées ci-contre (aucune justification n'est demandée). *1 pt*



3°) Dans un même repère que vous construirez, représenter les droites dont une équation est donnée ci-dessous (aucune justification n'est demandée, pensez à bien indiquer le nom de la droite de façon bien visible à l'extrémité de chaque droite). *1 pt*

$$a: y=2 \quad ; \quad b: x=-2 \quad ; \quad c: 2x+3y-6=0 \quad ; \quad d: y=3x-1 \quad ; \quad e: y=-\frac{1}{3}x+1$$

4°) On donne les points suivants : $A(-5\,;9), B(-2\,;7), C(7\,;1), D(11\,;\,-1)$. *2 pts*

a) Les points A, B, C sont-ils alignés ?

b) Les points A, B, D sont-ils alignés ?

5°) On donne les points suivants : $A(-2;3), B(3;1), C(1;-4), D(-4;-2)$. *2 pts*

En utilisant la méthode de votre choix, déterminer la nature précise du quadrilatère ABCD.