# $2^{\text{nde}}$ 1 et 2 – DEVOIR SUR TABLE – LUNDI 09/01/2016 – durée : 2 heures

**Analyse** *8 points*

*Chacune des cinq questions est indépendante des autres questions.*

1°) Déterminer l'expression de la fonction affine telle que $f(8) = -5$ et $f(-1) = 13$.

$f$ est une fonction affine, donc de la forme $f(x) = ax + b$.

Calcul du coefficient directeur : $a = \frac{f(8)-f(-1)}{8-(-1)} = \frac{-5-13}{8+1} = \frac{-18}{9} = -2$. Donc on a $f(x) = -2x + b$. *1,5 pt*

Calcul de l'ordonnée à l'origine : $f(8) = -5$ donne $-2\times 8 + b = -5$ soit $b = -5 + 16 = 11$.

On a donc : $f(x) = -2x + 11$.

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$-2(x+3)(5x-6) > 0$$

Pour construire le tableau de signe, il faut connaître les racines :

$-2(x+3)(5x-6) = 0$ ssi $x = -3$ ou $x = \frac{6}{5}$.

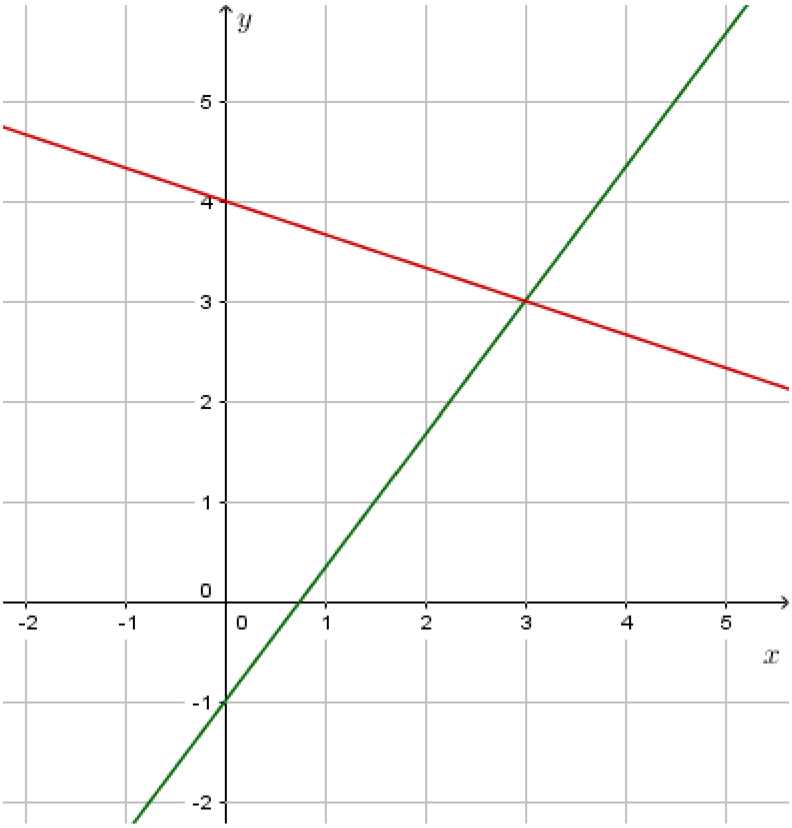
| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $\frac{6}{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | |
| $x+3$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $5x-6$ | | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $-3(x+3)(5x-6)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

*1,5 pt*

Conclusion : $S = \left]-3; \frac{5}{6}\right[$.

3°) a) Tracer, dans un même repère, la représentation graphique des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 1 \text{ et } g(x) = 4 - \frac{x}{3}$$




*1 pt*

*0,5 pt*

*1 pt*

b) Par lecture graphique, donner une valeur approchée, des coordonnées du point d'intersection entre la représentation graphique de f et celle de g.

Le point d'intersection entre les deux représentations graphiques a comme coordonnées $(3; 3)$.

c) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. On note $a$ la solution de cette équation. Calculer $f(a)$ et $g(a)$. Qu'observe-t-on ? Comment l'expliquer ?

$f(x) = g(x)$ donne $\frac{4}{3}x - 1 = 4 - \frac{x}{3}$ d'où $\frac{5}{3}x = 5$ donc $x = 5\times\frac{3}{5} = 3$. On a donc $a = 3$.

$f(3) = \frac{4}{3}\times 3 - 1 = 4 - 1 = 3$ et $g(3) = 4 - \frac{3}{3} = 4 - 1 = 3$.

On observe $f(3) = g(3)$.

On peut l'expliquer ainsi : la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ correspond à l'abscisse du point d'intersection entre les représentations graphiques de $f$ et de $g$. En ce point, l'image par $g$ ou l'image par $f$ sont égales.

4°) Tracer le tableau de signes de la fonction $f : x \mapsto 4(2x - 5) - 2(5x - 9)$.

On a $f(x) = 8x - 20 - 10x + 18 = -2x - 2$. La fonction est une fonction affine décroissante (car $a = -2 < 0$) qui s'annule en $-1$. On a donc le tableau de signes suivant :

*1 pt*

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

5°) La fonction $g$, définie sur $[-4 ; 4]$, est « affine par morceaux », ce qui signifie que sa représentation graphique est constituée de plusieurs « morceaux » de droites placés les uns à la suite des autres. Voici l'expression de $g(x)$ :

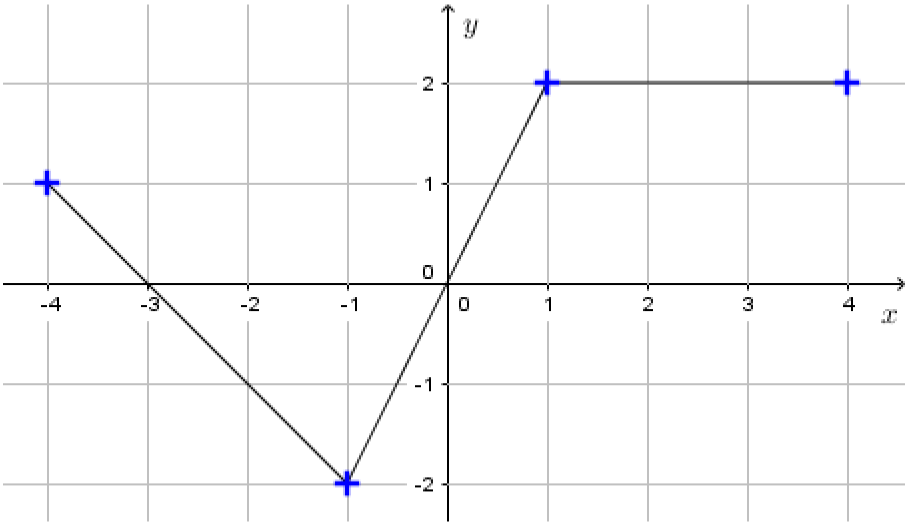
$$g(x) = \begin{cases} -x - 3 & \text{sur} \quad [-4; -1] \\ 2x & \text{sur} \quad ]-1 ; 1] \\ 2 & \text{sur} \quad ]1 ; 4] \end{cases}$$

*1,5 pt*

a) Calculer $g(-4), g(-1), g(1), g(4)$.

b) Tracer la représentation graphique de $g$.

On calcule que $g(-4) = 1, g(-1) = -2, g(1) = 2, g(4) = 2$.



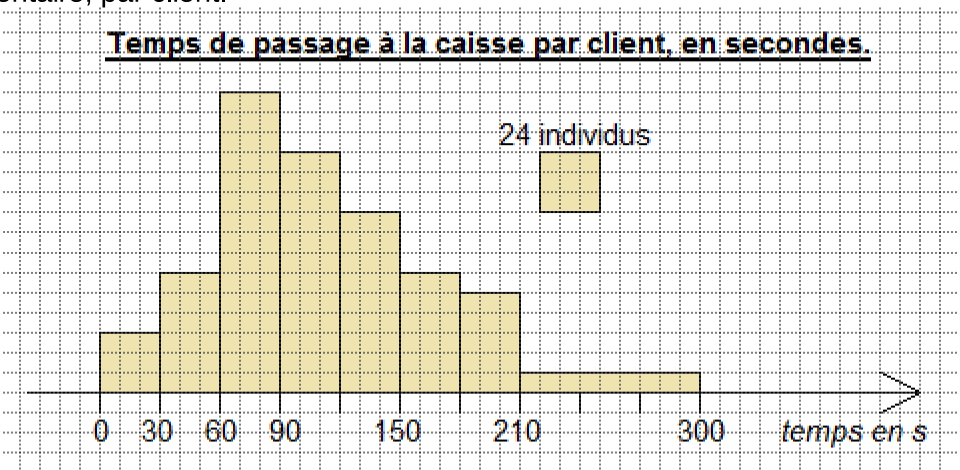
**<u>QCM</u>** *4 points*

Questionnaire à Choix Multiple. Pour chaque situation, trouver la/les solution(s) vraie(s). Sur la copie, reporter le numéro de la question et la/les solution(s) choisie(s). Aucune justification n'est exigée.

<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr>
<tr><td>1°) on donne le tableau de variations d'une fonction $f$ :
<table>
<tr><td>$x$</td><td>$-\infty$</td><td>$0$</td><td>$5$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f$</td><td>$\searrow$</td><td>$0$</td><td>$\nearrow$ $1$</td><td>$\searrow$</td></tr>
</table>
Alors…</td><td>$f(-5) < f(1)$<br><br>FAUX</td><td>$f(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$<br><br>FAUX</td><td>$f(7) < f(6)$<br><br>VRAI</td></tr>
<tr><td>2°) $A(5; 4)$ et $B(8; 4)$. Alors la droite $(AB)$ est la représentation graphique…</td><td>D'une fonction affine<br><br>VRAI</td><td>D'une fonction linéaire<br><br>FAUX</td><td>D'une fonction constante<br><br>VRAI</td></tr>
<tr><td>3°) La fonction $g$ est représentée par une droite qui passe par les points suivants : $C\left(\frac{1}{3}; -5\right)$ et $D(-1\,; 15)$. Alors…</td><td>$g$ est une fonction croissante<br><br>FAUX</td><td>$g$ est une fonction linéaire<br><br>VRAI</td><td>$g(x) \geq 0$ sur $]-\infty\,; 0]$<br><br>VRAI</td></tr>
<tr><td>4°) 7 est le minimum absolu d'une fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$. Alors…</td><td>$h(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$.<br><br>VRAI</td><td>$h(x) \leq 7$ sur $\mathbb{R}$.<br><br>FAUX</td><td>$h(x) \geq 7$ sur $\mathbb{R}$.<br><br>VRAI</td></tr>
</table>

**<u>Statistiques</u>** *8 points*

Dans un magasin parisien, on étudie le temps moyen mis, par un agent de caisse, dans un centre commercial alimentaire, par client.




On a commencé à regrouper les informations suivantes :

| Temps en s | [0 ; 30[ | [30 ; 60[ | [60 ;90[ | [90 ;120[ | [120 ;150[ | [150 ;180[ | [180 ;210[ | [210 ; 300] | TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 24 | 48 | 120 | 96 | 72 | 48 | 40 | 24 | 472 |
| $f_i$ | 5 | 11 | 25 | 20 | 15 | 11 | 8 | 5 | 100 |
| FCC | 5 | 16 | 41 | 61 | 76 | 87 | 95 | 100 | - |
| $x_i$ | 15 | 45 | 75 | 105 | 135 | 165 | 195 | 255 | - |
| $n_i x_i$ | 360 | 2 160 | 9 000 | 10 080 | 9 720 | 7 920 | 7 800 | 6 120 | 53 160 |

1°) Nommer la nature de la représentation graphique ci-dessus représentée, et expliquer comment on sait que la série étudiée est une série à caractère quantitatif continu. *0,5 pt*

C'est un histogramme. L'histogramme est la seule représentation possible pour une série statistique à caractère quantitatif continu.

2°) Recopier et compléter, ***sur la copie***, le tableau de classes de valeurs et effectifs présent sous la représentation graphique. Aucune justification n'est demandée. Vous pourrez rajouter des lignes à ce tableau au fur et à mesure des questions (prévoyez 4 lignes supplémentaires). *0,5 pt*

Voir tableau.

3°) Calculer les fréquences en pourcentage puis les fréquences cumulées croissantes. On demande le calcul détaillé pour une seule des valeurs, vous pourrez compléter le reste directement. Arrondir à l'unité. *1 pt*

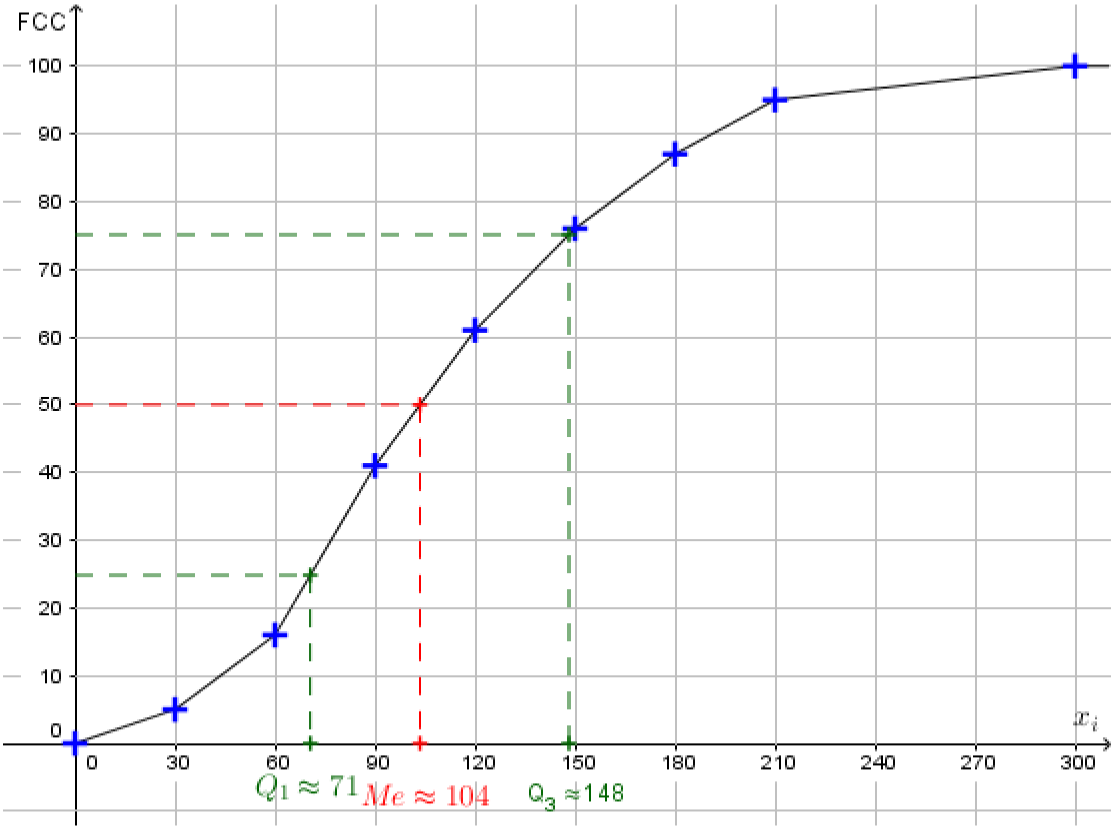
Voir tableau. (Remarque : des arrondis doivent être effectués, les résultats peuvent donc légèrement varier).

Pour la première valeur : $\frac{24}{472} \times 100 \approx 5\%$.

4°) Quelle est la classe médiane de la série ? Expliquer. *0,5 pt*

D'après les fréquences cumulées croissantes, on dépasse les 50% dans la classe [90 ;120[ : c'est la classe médiane.

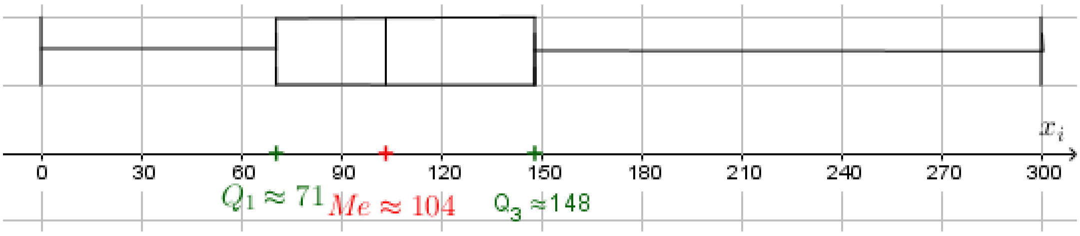
5°) a) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes. Choisir 1,5cm pour 30 secondes sur l'axe des abscisses, et 1cm pour 10% sur l'axe des ordonnées. *1 pt*




5°) b) En déduire, par lecture graphique, une valeur approchée de la médiane et des quartiles. Vous laisserez apparents les traits de lecture. *1 pt*

Voir graphique.

6°) Construire le diagramme en boîte correspondant à cette série. Vous choisirez comme échelle 1,5cm pour représenter 30 secondes. *1 pt*




7°) a) Calculer le centre des classes (il est possible de faire apparaître une ligne supplémentaire dans le tableau). Aucune justification n'est exigée. *1 pt*

Voir graphique.

b) Calculer le temps moyen de passage par client à une caisse. *0,5 pt*

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{N} = \frac{53\ 160}{300} \approx 177{,}2$$

Le temps moyen de passage en caisse est de 177,2 secondes soit un peu moins de trois minutes.

c) Pour avoir une bonne idée de la série, la moyenne seule est-elle suffisante ? Si non, quelle autre information peut-on ajouter ? *0,5 pt*

La moyenne doit être accompagnée par l'étendue. Ici l'étendue est de 300 – 0 = 300 secondes.

8°) Afin de diminuer le temps moyen de passage à une caisse, la direction a pris certaines dispositions. On a pu observer que la semaine suivante, tous les temps de passage à la caisse ont diminué de 13 secondes précisément. Comment a varié la moyenne ? *0,5 pt*

Chacune des valeurs va baisser de 13 secondes. La moyenne va donc baisser de 13 secondes. Elle sera donc d'environ 164,2 secondes.