2^{nde} – CORRECTION DU DEVOIR SUR TABLE – MERCREDI 23/11/2016

Questions courtes 11 *points*

Ces questions sont indépendantes et peuvent être réalisées dans l'ordre que vous souhaitez.

A. Pour tout x de $\mathbb{R}$, on a $(x-2)^2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3(x-2)^2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3(x-2)^2+4 \geq 4 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) \geq 4$
on a bien prouvé que, pour tout x de $\mathbb{R}$, on a $f(x) \geq 4$.
On en déduit que 4 est le maximum atteint par f sur $\mathbb{R}$, 4 est le maximum absolu.

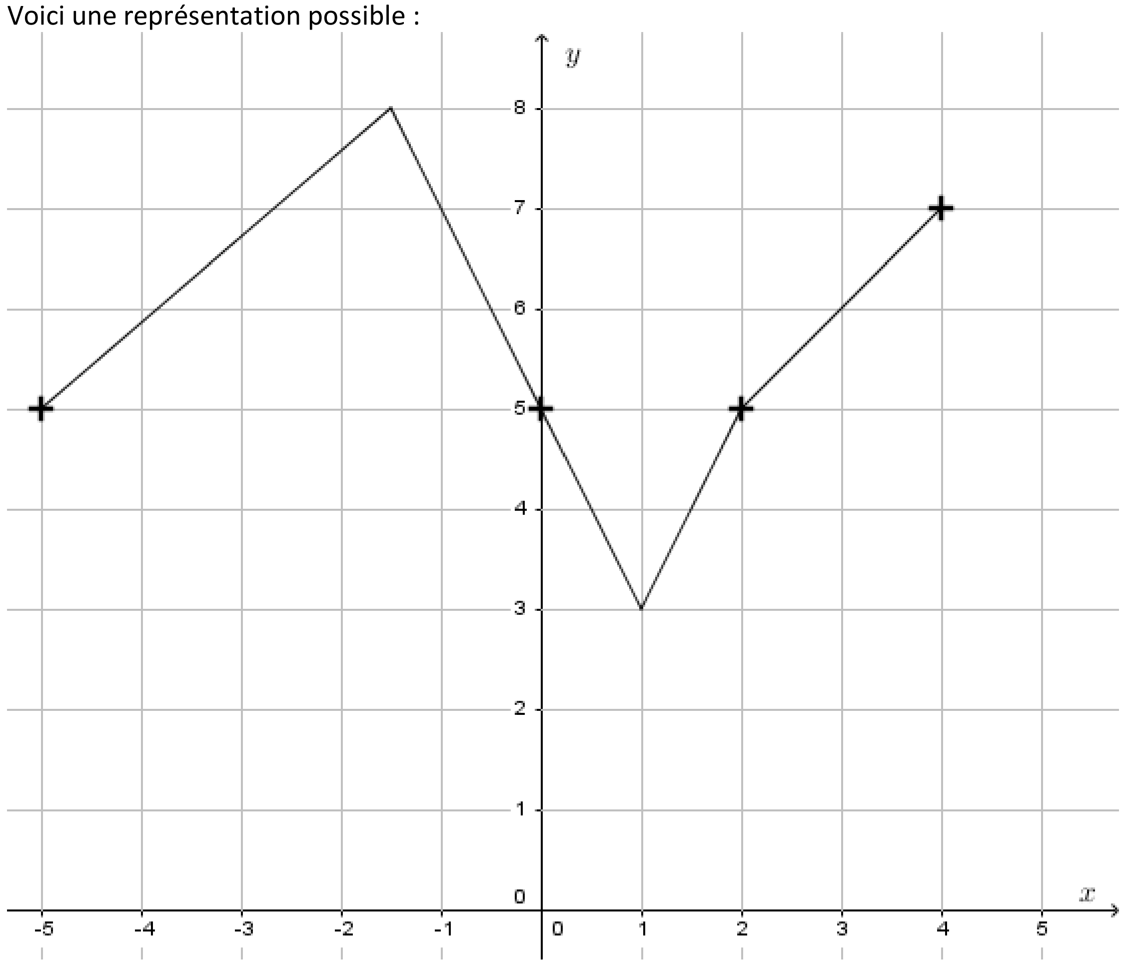
B. Construire le tableau complet des variations associé à la courbe représentative d'une fonction g représentée ci-dessous.

x	-6	-3	5	9
f	-2 ↗	3 ↘	$-6{,}5$ ↗	3

C. Soient a, b deux nombres réels.

$a < b \Leftrightarrow -2a > -2b \Leftrightarrow -2a+3 > -2b+3 \Leftrightarrow h(a) > h(b)$ donc la fonction h est décroissante sur $\mathbb{R}$.

D. Voici une représentation possible :



QCM 4 *points* – *0,25 par réponse correcte*

	A	B	C	D
1°) f est strictement décroissante sur $I=]2;5[$. Alors sur l'intervalle I on a…	$f(x) \leq f(2)$ VRAI	$a<b$ entraîne $f(a)<f(b)$ FAUX	$f(x)<5$ ON NE PEUT PAS SAVOIR / FAUX	Le maximum est atteint pour $x=5$ FAUX
2°) f admet pour maximum 8 en 3. Alors…	$f(3)=8$ VRAI	$f(8)=3$ ON NE PEUT PAS SAVOIR / FAUX	$f(x) \leq 8$ VRAI	$f(x) \leq 3$ FAUX
3°) Si $a<b<2$, alors…	$(a-2)^2<(b-2)^2$ FAUX	$(a-2)^2>(b-2)^2$ VRAI	$\frac{-3}{a-2}<\frac{-3}{b-2}$ VRAI	$\frac{-3}{a-2}>\frac{-3}{b-2}$ FAUX
4°) Dans un tableau des variations, on observe une double barre sous la valeur 3. Alors…	3 est un extremum de la fonction ON NE PEUT PAS SAVOIR / FAUX	3 n'a pas d'antécédent par f ON NE PEUT PAS SAVOIR / FAUX	3 n'a pas d'image par f VRAI	3 est une valeur interdite VRAI

Problème 5 *points*

a) On trouve par calcul que $f\left(\frac{11}{2}\right)=3$ et $f(10)=-\frac{3}{5}$ (montrer les calculs).

b) D'après la question précédente, $f\left(\frac{11}{2}\right)>f(10)$ donc l'ordre des réels est inversé, on peut donc conjecturer que f est décroissante sur $\left]\frac{11}{2};10\right[$.

c) Soient a,b deux réels de l'intervalle $\left]\frac{11}{2};10\right[$.

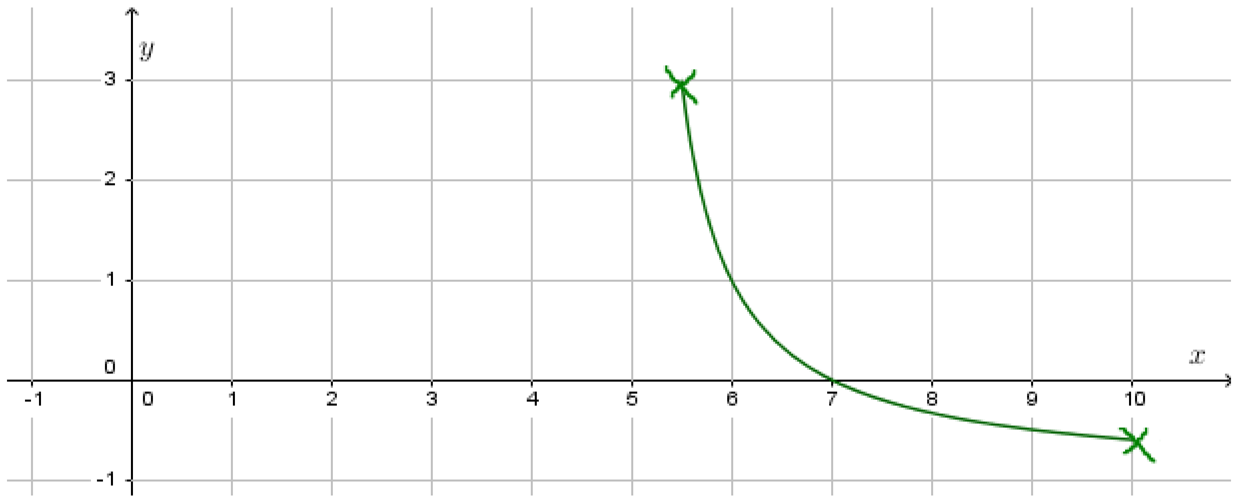
Alors $a<b \Rightarrow a-5<b-5 \Rightarrow \frac{1}{a-5}>\frac{1}{b-5} \Rightarrow \frac{2}{a-5}>\frac{1}{b-5} \Rightarrow \frac{2}{a-5}-1>\frac{1}{b-5}-1 \Rightarrow f(a)>f(b)$

On a bien démontré que f est décroissante sur $\left]\frac{11}{2};10\right[$.

d) On cherche x tel que $f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-5}-1=0$, après résolution (à détailler) on trouve une valeur interdite $(x \neq 5)$ et une solution $x=7$. Il existe donc un unique antécédent de 0 par f : c'est le nombre 7.

e) $f(6)=1 \neq 2$ (détaillez les calculs), donc le point (6 ;2) n'appartient pas à la courbe représentative de f.

f) Représentation graphique :



Comme la fonction est décroissante sur $\left]\frac{11}{2};10\right[$, et que la fonction s'annule en 7, on en déduit que l'on a $f(x) \geq 0$ pour $x \in \left]\frac{11}{2};7\right]$.