2nde 1 et 2 – DEVOIR SUR TABLE n°2 – LUNDI 17/10/2016

durée : 2 heures

Matériel autorisé : copies, crayon, gomme, stylo, matériel de géométrie.

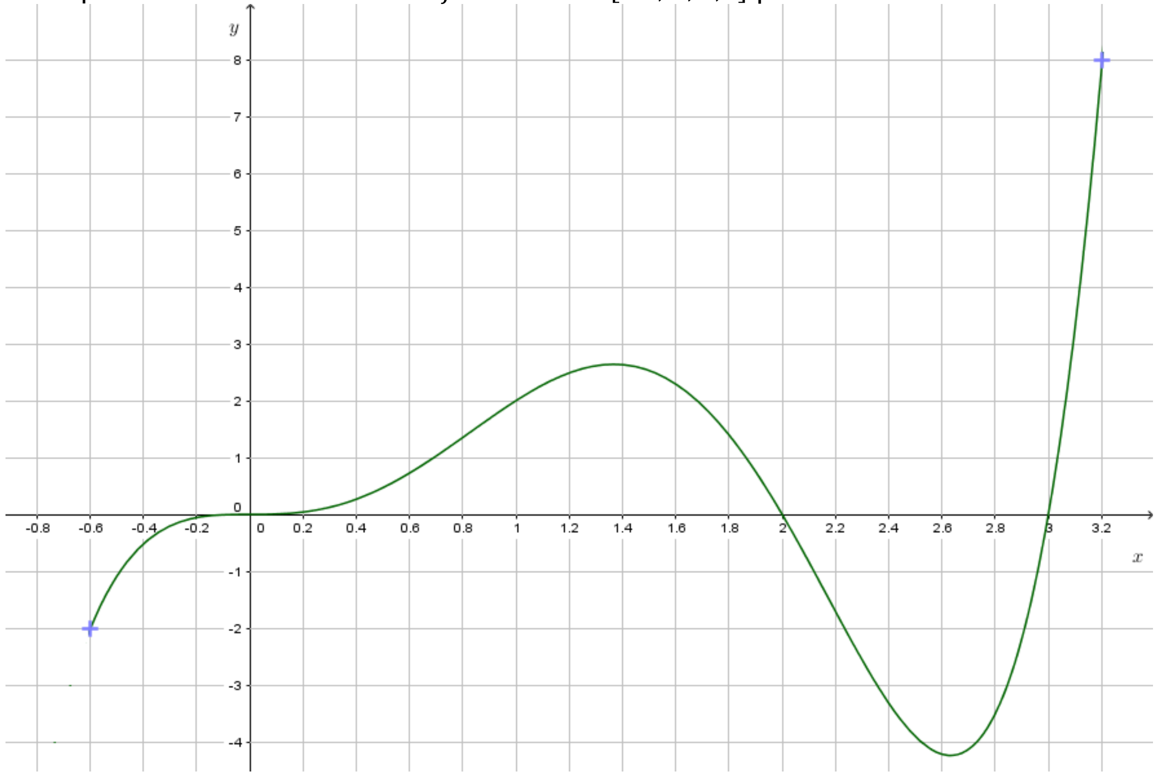
Calculatrice autorisée.

Consignes :

- Le devoir doit être rédigé à l'encre noire ou bleue.
- Seuls les dessins géométriques, les bordures des tableaux ou les représentations graphiques peuvent être fait au crayon de bois.
- Si une réponse est fausse, il faut barrer le raisonnement incorrect une fois à l'aide d'une règle.
- Pour avoir la totalité des points attribués, il faut, pour chaque question, montrer un raisonnement complet et correctement rédigé, et/ou le détail des calculs nécessaires.
- La réponse finale doit être mise en évidence.
- Le barème associé à chaque question se trouve à côté des questions.
- Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous préférez.
- Il n'est pas nécessaire de rendre le sujet en fin de devoir (mais indispensable de rendre votre copie).
- Le nom, le prénom et la classe doivent figurer sur chaque feuille.
- Les pages doivent être numérotées.
- Les brouillons ne seront pas corrigés : veillez à utiliser votre temps correctement pour la mise au propre.
- Tout ce qui est sale, ou illisible, ne sera pas corrigé.

Exercice 1. *4 points*

On donne la représentation d'une fonction f définie sur $[-0{,}6\,;3{,}2]$ par :



Pour chaque question, donner la réponse la plus précise possible en fonction de la précision de la représentation graphique. Aucune justification n'est demandée.

a) Donner, par lecture graphique, $f(1)$.

b) Donner, par lecture graphique, le(s) antécédent(s) par f de 1.

c) VRAI ou FAUX ? « Tous les nombres de l'intervalle $[1\,;2]$ ont trois antécédents par f.

d) Citer un nombre qui ne possède que deux antécédents par f.

e) Citer un nombre qui ne possède qu'un seul antécédent par f.

f) Existe-t-il un nombre qui possède plusieurs images par f ? Si oui, donner un exemple.

g) Recopier et compléter l'égalité pour qu'elle soit vraie : $f\,(\,\dots) = -2$.

h) Recopier et compléter l'égalité pour qu'elle soit vraie : $f(2) =\ \dots$

0,5 point par réponse correcte

Exercice 2 *1 point*

Résoudre, avec la méthode de votre choix, le système suivant :

$$\begin{cases} 6x + 2y = -1 \\ -2x + y = 7 \end{cases}$$

Exercice 3 *4 points*

On donne la fonction suivante définie sur $[0\,;8]$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8$$

a) Développer et réduire $f(x)$. *1 point*

b) Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice (aucun calcul n'est demandé). *1 point*

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$									

c) Choisir un repère adapté et construire sur la copie la représentation graphique de la fonction f sur $[0\,;8]$. *2 points*

Exercice 4 *3 points*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 1$$

On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f.

a) Le point $(-2\,;-3)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_f$? Justifier. *0,75 point*

b) Le point $\left(\frac{1}{2}\,;0{,}8\right)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_f$? Justifier. *0,75 point*

c) On sait que le point $A\ (x_A\,;-8)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$. Calculer sa coordonnée manquante sachant que $x_A < 0$. *0,75 point*

d) On sait que le point $B\ (10\,;y_B)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$. Calculer sa coordonnée manquante. *0,75 point*

Exercice 5 *3 points*

a) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $(x+2)^2 - (2x-5)^2 = 0$ *1 point*

b) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\frac{4x^2-25}{4x^2+12x+9} = 0$ *1 point*

c) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $-2x(4x+3) < 8(1-x-x^2)$
Donner la réponse sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles. *1 point*

Exercice 6 *5 points*

ABCD est un rectangle dont le périmètre mesure 100m.

On pose $AB = x$.

d) Prouver que $BC = 50 - x$ *0,5 point*

e) Calculer l'aire du rectangle si $AB = 30$m. *0,75 point*

f) Quelles valeurs peut prendre la variable x ? Répondre avec un intervalle de valeurs. *0,75 point*

g) Démontrer que l'aire du rectangle peut se calculer à l'aide de la fonction suivante : *0,75 point*

$$\mathcal{A}(x) = -x^2 + 50x$$

h) Utilise la formule précédente pour déterminer l'aire du rectangle si AB=30m. *0,5 point*

i) On cherche les dimensions du rectangle d'aire maximale. Pour cela, représenter graphiquement l'aire du rectangle en fonction de x sur la calculatrice, en choisissant les paramètres suivants : $0 \leq x \leq 50$ et $0 \leq y \leq 750$. *1 point*
Quelle est alors la valeur de l'aire maximale obtenue ? Pour quelle valeur de x cette valeur est-elle atteinte ? Répondre le plus précisément possible.

j) En déduire les dimensions du rectangle dont l'aire est maximale. *0,75 point*