

2^{nde} 1 et 2 – DEVOIR SUR TABLE n°1 – LUNDI 19/09/2016

durée : 2 heures

Matériel autorisé : copies, crayon, gomme, stylo, matériel de géométrie.



Calculatrice interdite.

Consignes :

- Le devoir doit être rédigé à l'encre noire ou bleue.
- Seuls les dessins géométriques, les bordures des tableaux ou les représentations graphiques peuvent être fait au crayon de bois.
- Si une réponse est fausse, il faut barrer le raisonnement incorrect une fois à l'aide d'une règle.
- Pour avoir la totalité des points attribués, il faut, pour chaque question, montrer un raisonnement complet et correctement rédigé, et/ou le détail des calculs nécessaires.
- La réponse finale doit être mise en évidence.
- Le barème associé à chaque question se trouve à côté des questions.
- Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous préférez.
- Il n'est pas nécessaire de rendre le sujet en fin de devoir (mais indispensable de rendre votre copie).
- Le nom, le prénom et la classe doivent figurer sur chaque feuille.
- Les brouillons ne seront pas corrigés : veillez à utiliser votre temps correctement pour la mise au propre.
- Tout ce qui est sale, ou illisible, ne sera pas corrigé.

Exercice 1. 1 point

On donne l'expression suivante :

$$A(x) = 4(x - 2)^2 - 16$$

- a) Développer et réduire $A(x)$ 0,5 point
- b) Factoriser $A(x)$ 0,5 point

Exercice 2. 4 points

Développer et réduire les expressions suivantes :

- a) $A = 5 - 2(x - 3)(2 - 4x)$ 1 point
- b) $B = \left(4x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(5x + \frac{3}{2}\right)\left(5x - \frac{3}{2}\right)$ 1 point
- c) $C = (x - 2)^3$ 1 point
- d) $D = 3x^2(2x - 5) - 2x(3x^2 - 2x - 1)$ 1 point

Exercice 3. 4 points

Factoriser les expressions suivantes :

- a) $E = (x - 5)(2x + 7) - (3x + 2)(2x + 7)$ 1 point
- b) $F = 3(x + 5)^2 + 2(x + 5)(2x - 1)$ 1 point
- c) $G = (3x + 4)^2 - 4(5x - 2)^2$ 1 point
- d) $H = (x - 3)^2 - 2(x - 3)(3x + 5) + (3x + 5)^2$ 1 point

Exercice 7 2 points

« La différence entre le carré d'un nombre entier et le carré du nombre entier suivant est égale à la somme entre ces deux nombres. »

Est-ce correct ou faux ? Justifier.

Exercice 4. 3 points

On considère une expression $E(x)$ pouvant avoir plusieurs écritures possibles :

$$E(x) = 2(x - 3)^2 - 8$$

$$E(x) = 2x^2 - 12x + 10$$

$$E(x) = 2(x - 1)(x - 5)$$

- a) Prouver par calcul que les différentes formes de $E(x)$ sont effectivement égales entre elles. 1 point

On souhaite maintenant effectuer plusieurs opérations, pour chacune d'entre elles, choisir la forme de $E(x)$ la plus adaptée puis répondre au problème.

- b) Calculer $E(5)$ 0,5 point
- c) Calculer $E(0)$ 0,5 point
- d) Résoudre $E(x) = 0$ 0,5 point
- e) Résoudre $E(x) = -8$ 0,5 point

Exercice 5. 4 points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $(2x - 5)^2 = (5 - 4x)^2$ 1 point

b) $0,25x^2 + x = -1$ 1 point

c) $\frac{2x+5}{3x-5} = 0$ 1 point

d) $\frac{2-3x}{x-4} = \frac{2x-1}{-x+2}$ 1 point

Exercice 6. 2 points

Le nombre d'or.

Le nombre d'or est un nombre particulier, désigné par la lettre grecque « phi » : φ . Ce nombre a été utilisé par de nombreux peintres et architectes de la Renaissance italienne, en particulier Léonard de Vinci.

- a) Le nombre d'or a les propriétés algébriques suivantes :

$$\varphi^2 = \varphi + 1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$$

0,25 point

Utilise une de ces propriétés pour vérifier que φ est solution de l'équation :

$$x^2 - x - 1 = 0$$

- b) Vérifie que l'on a :

$$x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

0,5 point

- c) Résous l'équation $x^2 - x - 1 = 0$ puis déduis-en la valeur exacte du nombre d'or. (on ne considèrera que la solution positive). 0,75 point

- d) Simplifie le plus possible le nombre : $[(\varphi - 1)(\varphi + 1)]^2 - 1$ 0,5 point