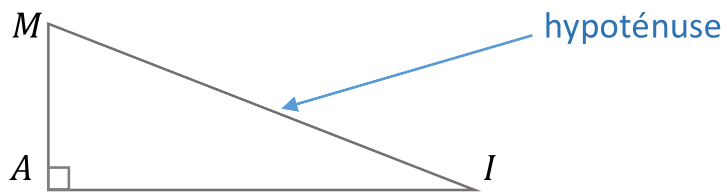
LE TRIANGLE RECTANGLE

1°) Vocabulaire.

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

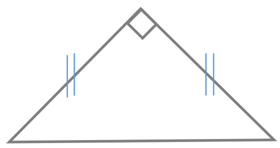
Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.



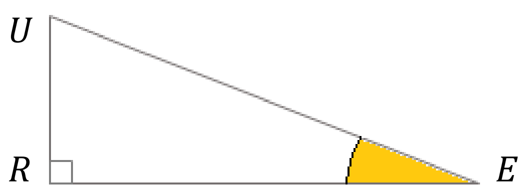
L'hypoténuse est le côté le plus long du triangle rectangle.

Les deux autres angles du triangle rectangle sont aigus et leur somme fait 90°.

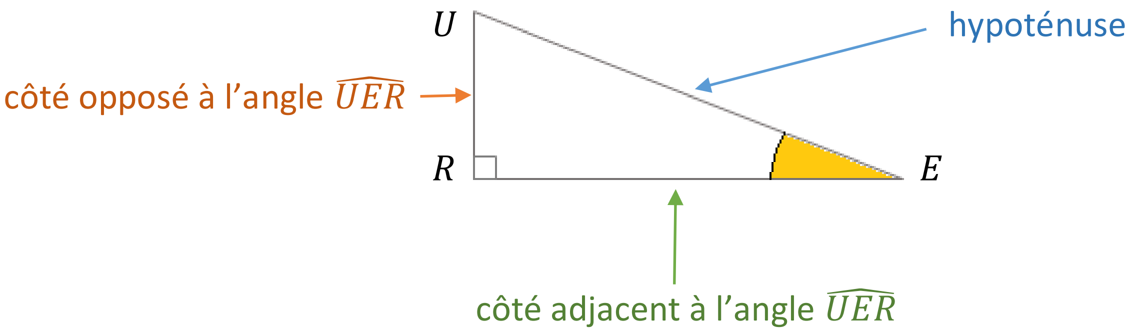
Si le triangle est rectangle et isocèle, alors les angles à la base font chacun 45°.



Si dans un triangle, je prends pour référence l'un des angles aigus, je peux appeler les côtés de l'angle droit de cette façon :



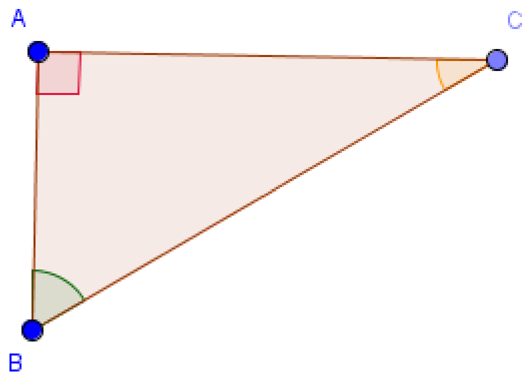
UR est le côté opposé à l'angle $\widehat{UER}$ et RE est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UER}$.



2°) Cosinus d'un angle dans un triangle rectangle.

On appelle cosinus de l'angle le rapport suivant : $\dfrac{coté\ adjacent\ à\ l'angle}{hypoténuse}$

Exemple :



par rapport à l'angle $\widehat{ACB}$ on a :

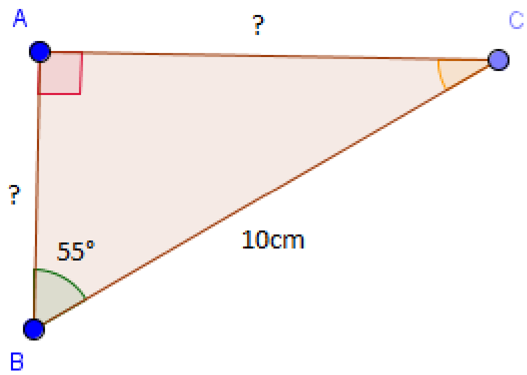
$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{coté\ adjacent\ à\ l'angle}{hypoténuse} = \frac{AC}{BC}$$

par rapport à l'angle $\widehat{ABC}$ on a :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{coté\ adjacent\ à\ l'angle}{hypoténuse} = \frac{AB}{BC}$$

Cette formule nous permet soit de calculer la mesure d'un des angles aigus lorsqu'on connait la mesure des côtés, soit de calculer la mesure d'un côté lorsqu'on connait la mesure d'un angle.

- Calcul de la mesure d'un des côtés de l'angle droit :



La formule utilise le coté adjacent à l'angle, comme nous connaissons déjà $\widehat{CBA}$, nous commençons par chercher AB :

$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$ donne $\cos(55°) = \frac{AB}{10}$

donc $\boxed{AB = 10 \times \cos(55°)}$ valeur exacte du résultat

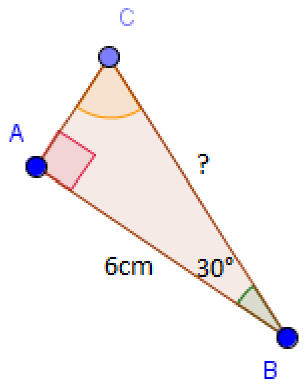
$AB \approx 5{,}74$ cm.

Calcul de $\widehat{ACB}$: $90° - 55° = 35°$

$\cos\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{AC}{BC}$ donne $\cos(35°) = \frac{AC}{10}$ donc $\boxed{AC = 10 \times \cos(35°)}$ valeur exacte du résultat

$AC \approx 8{,}19$cm.

- Calcul de la mesure d'un des côtés de l'hypoténuse :

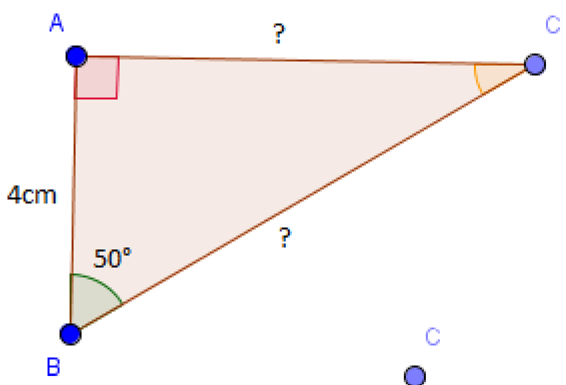


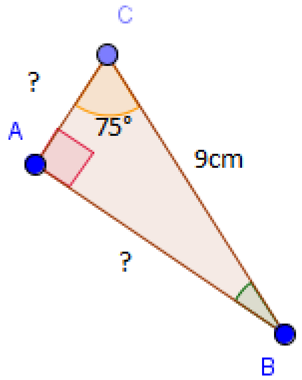
Le triangle est rectangle donc j'utilise la trigonométrie,

$\cos\left(\widehat{CBA}\right) = \frac{AB}{CB}$ donc $\cos(30°) = \frac{6}{CB}$ donc $\boxed{CB = \frac{6}{\cos(30)}}$

On a $CB \approx 6{,}93$ cm

Correction du travail pour le mercredi 04/11/2015





Pour mercredi.

Le triangle ABC est rectangle donc j'utilise la trigonométrie.

$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ donne $\cos 50 = \frac{4}{BC}$ d'où $BC = \frac{4}{\cos 50} \approx 6{,}22$cm.

La somme des angles aigus d'un triangle rectangle fait 90° donc $\widehat{ACB} = 90 - 50 = 40°$

$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$ donne $\cos 40 = \frac{AC}{\frac{4}{\cos 50}} = \frac{AC\cos 50}{4}$

d'où $AC = \cos 40 \times \frac{4}{\cos 50} \approx 4{,}77$cm.

Deuxième triangle :

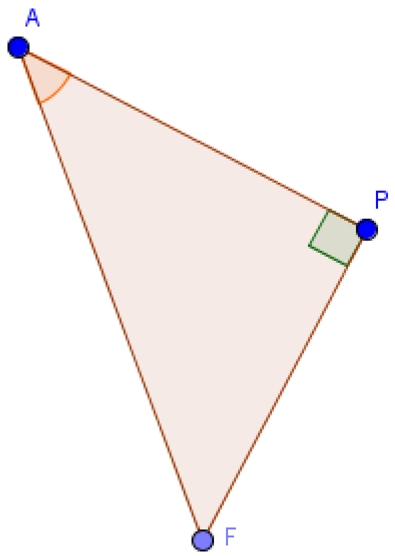
Le triangle est rectangle donc j'utilise la trigonométrie.

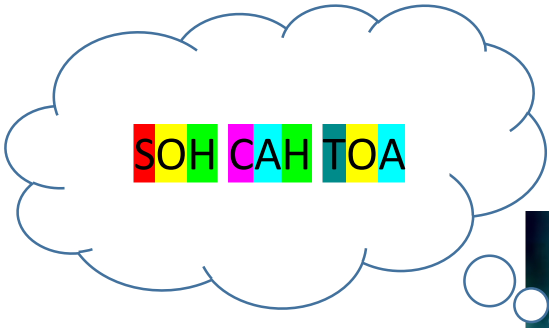
$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{CB}$ donne $\cos 75 = \frac{AC}{9}$ d'où $AC = 9\cos 75 \approx 2{,}33$cm.

Le triangle est rectangle donc j'utilise la propriété de Pythagore : $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 9^2 - (9\cos 75)^2$ donc $AB = \sqrt{9^2 - (9\cos 75)^2} \approx 8{,}69$cm.

Fin de la correction, suite du cours

3°) La trigonométrie dans le triangle rectangle.





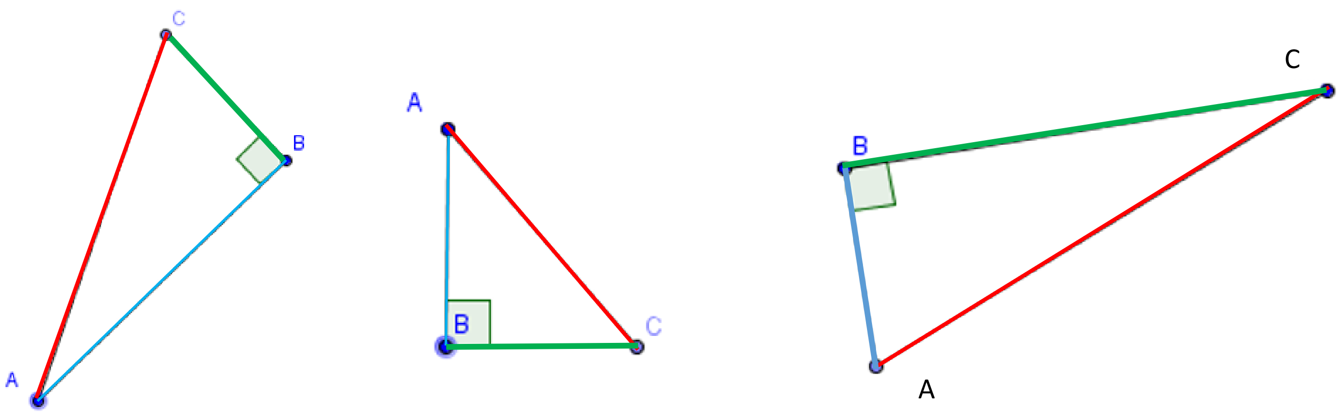
$$\sin \widehat{angle} = \frac{\text{coté } Opposé}{Hypoténuse}$$

$$\cos \widehat{angle} = \frac{\text{coté } Adjacent}{Hypoténuse}$$

$$\tan \widehat{angle} = \frac{\text{coté } Opposé}{\text{coté } Adjacent}$$

CORRECTION DES EXERCICES FAITS EN CLASSE

Exercice 1



Exercice 2

$\cos \widehat{MFR} = \frac{MF}{RF}$ et $\cos \widehat{MRF} = \frac{RM}{RF}$

$\cos \widehat{YZX} = \frac{YZ}{ZX}$ et $\cos \widehat{YXZ} = \frac{YX}{XZ}$

$\cos \widehat{LAC} = \frac{LA}{AC}$ et $\cos \widehat{LCA} = \frac{LC}{CA}$

$\cos \widehat{YRO} = \frac{YR}{RO}$ et $\cos \widehat{YOR} = \frac{YO}{RO}$

Exercice 3

$\sin \widehat{MFR} = \frac{RM}{RF}$ et $\sin \widehat{MRF} = \frac{MF}{RF}$

$\sin \widehat{YZX} = \frac{YX}{XZ}$ et $\sin \widehat{YXZ} = \frac{YZ}{ZX}$

$\sin \widehat{LAC} = \frac{LC}{CA}$ et $\sin \widehat{LCA} = \frac{LA}{AC}$

$\sin \widehat{YRO} = \frac{YO}{RO}$ et $\sin \widehat{YOR} = \frac{YR}{RO}$

Exercice 4

$\tan \widehat{MFR} = \frac{RM}{MF}$ et $\tan \widehat{MRF} = \frac{MF}{RF}$

$\tan \widehat{YZX} = \frac{YX}{YZ}$ et $\tan \widehat{YXZ} = \frac{YZ}{YX}$

$\tan \widehat{LAC} = \frac{LC}{LA}$ et $\tan \widehat{LCA} = \frac{LA}{LC}$

$\tan \widehat{YRO} = \frac{YO}{YR}$ et $\tan \widehat{YOR} = \frac{YR}{RO}$

POUR LA PROCHAINE FOIS : apprendre le cours + faire exercices 11 et 12 page 238

RAPPELS) Quelques propriétés utiles déjà connues.

Dans un triangle, la somme des angles fait toujours 180°.

Dans un triangle rectangle, la somme des angles aigus fait toujours 90°

Si un triangle est à la fois rectangle et isocèle, alors ses angles à la base mesurent 45°.

Tout triangle qui s'inscrit dans un demi-cercle de diamètre son côté le plus long est rectangle, et le diamètre du cercle est son hypoténuse.

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés (théorème de Pythagore).

Si le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés alors le triangle est rectangle et le coté le plus long est son hypoténuse (réciproque du théorème de Pythagore)

Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.