

PUISSANCES POSITIVES D'ENTIERS POSITIFS

Objectifs :

- Je sais calculer avec des puissances entières positives de nombres entiers positifs

Exercice 1 :

Complète les formules suivantes, où $a, b \in \mathbb{N}$; $n, p \in \mathbb{N}$

$$a^0 = \dots \quad \left| \quad a^1 = \dots \quad \left| \quad a^n \cdot a^p = a^{\dots} \quad \left| \quad \frac{a^n}{a^p} = a^{\dots} \quad \left| \quad a^n \cdot b^n = (ab)^{\dots} \quad \left| \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\dots}$$

Exercice 2 :

Exprime les nombres suivants sous la forme a^n , où a est un entier le plus petit possible ou une fraction irréductible.

- | | | | |
|--------------------------------|---------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| a) $7^3 \times 7 \times 7^8 =$ | b) $3^4 \times 3^5 =$ | c) $11 \times 11 =$ | d) $5^8 \times 5^8 =$ |
| e) $2^9 \times 5^9 =$ | f) $2^5 \times 3^5 =$ | g) $11^{11} \times 8^{11} =$ | h) $7^5 \times 7^5 =$ |
| i) $\frac{24^{15}}{6^{15}} =$ | j) $\frac{39^8}{13^8} =$ | k) $\frac{45^7}{9^7} =$ | l) $\frac{12^8}{72^8} =$ |
| m) $\frac{7^3}{7} =$ | n) $\frac{5^{13}}{5^8} =$ | o) $\frac{19^{19}}{19^8} =$ | p) $\frac{23^{19}}{23^{13}} =$ |
| q) $4^3 =$ | r) $9^8 =$ | s) $81^5 =$ | t) $125^3 =$ |

Exercice 3 :

1°) Retrouve la puissance de 2 correspondante :

$$32= \quad \quad \quad 16= \quad \quad \quad 8= \quad \quad \quad 128=$$

2°) Exprime chaque nombre sous la forme 2^n où n est un entier naturel.

$$A = 32 \times 16 \times 32 \times 128 \quad ; \quad B = \frac{8 \times 32}{16 \times 4} \quad ; \quad C = 32^4 \quad ; \quad D = 2 \times 16^2 \quad ; \quad E = \frac{64^7}{16^3}$$

Exercice 4 :

Exprime chacun des nombres suivants sous la forme a^n où a est soit un entier naturel le plus petit possible, soit une fraction irréductible, et n est un entier naturel.

$$A = \frac{15^4}{5^3} \times \frac{1}{5} \quad ; \quad B = \frac{24^5}{8^4} \times \frac{1}{6 \times 4} \quad ; \quad C = 2^3 \times 5^5 \times 4 \quad ; \quad D = 3 \times \frac{49^3}{7^5} \times \frac{8}{21} \quad ; \quad E = 2^6 + 6^2$$

PUISSANCES POSITIVES D'ENTRIERS RELATIFS

Objectifs :

- Je sais calculer avec des puissances entières positives de nombres relatifs

Exercice 5 :

Calcule les nombres suivants :

$$A = (-3)^4 ; B = -3^4 ; C = (-3)^3 ; D = -3^3 ; E = (-3)^0 ; F = -3^0$$

Exercice 6 :

1°) Complète la phrase suivante par « positif », « négatif », « pair », « impair ».

Un produit de facteurs est s'il y a un nombre de facteurs négatifs.

Un produit de facteurs est s'il y a un nombre de facteurs négatifs.

2°) Complète les phrases suivantes : on suppose a un entier naturel.

a^n est ...

$-a^n$ est ...

$(-a)^n$ est si

$(-a)^n$ est si

Exercice 7 :

Détermine le signe de chacun des nombres suivants :

$$A = -5^3 ; B = (-25)^4 ; C = \frac{(-15)^4}{(-15)^3} ; D = \frac{(-13)^7}{(-13)^5} ; E = -7^3 \times (-8)^4 ; F = -(-7)^3$$

$$G = (-4)^3 \times 4^8 ; H = (-8)^4 \times (-5)^2 \times (-6)^3 ; I = \frac{(-4)^3 \times (-7)^4}{(-6^2) \times (-2)^6} ; J = -(-(-2)^3)^2$$

Exercice 8 :

Calcule les nombres suivants :

$$A = \frac{(-2)^4 \times (-3)^4 \times (-7^2)}{42^2} ; B = \frac{-26 \times (-100)^6}{-5^5 \times (-2)^6}$$

PUISSANCES RELATIVES D'ENTRIERS NATURELS

Objectifs :

- Je sais calculer avec des puissances entières relatives de nombres entiers naturels

Exercice 9 :

Calcule les nombres suivants :

$$2^{-1} = \quad ; 3^{-1} = \quad ; \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \quad ; 0,25^{-1} = \quad ; 0,5^{-1} = \quad ; 0,2^{-1} = \quad ; 0,1^{-1} =$$

$$2^{-3} = \quad ; 3^{-2} = \quad ; \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \quad ; 0,25^{-2} = \quad ; 0,5^{-4} = \quad ; 0,2^{-3} = \quad ; 0,1^{-7} =$$

Exercice 10 :

Donne le signe de chacun des nombres suivants.

$$3^{-2} ; (4)^{-3} ; 7^{-7} ; \left(\frac{4}{3}\right)^{-4} ; (0,2)^{-10} ; 0,2^{-10} ; 10^{-25} ; 10^{-26} ; (10^{-2})^{-3}$$

Exercice 11 :

Exprime les nombres suivants sous la forme a^n , où a est un entier le plus petit possible ou une fraction irréductible et n un entier relatif.

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| a) $7^{-3} \times 7 \times 7^{-8} =$ | b) $3^{-4} \times 3^5 =$ | c) $11^{-1} \times 11^{-2} =$ | d) $5^{-8} \times 5^{-8} =$ |
| e) $2^{-9} \times 5^{-9} =$ | f) $2^{-5} \times 3^{-5} =$ | g) $11^{-11} \times 8^{-11} =$ | h) $7^{-5} \times 7^{-5} =$ |
| i) $\frac{24^{-15}}{6^{-15}} =$ | j) $\frac{39^{-8}}{13^{-8}} =$ | k) $\frac{45^{-7}}{9^{-7}} =$ | l) $\frac{12^{-8}}{72^{-8}} =$ |
| m) $\frac{7^{-3}}{7} =$ | n) $\frac{5^{13}}{5^{-8}} =$ | o) $\frac{19^{19}}{19^{-8}} =$ | p) $\frac{23^{-19}}{23^{-13}} =$ |
| q) $4^{-3} =$ | r) $9^{-8} =$ | s) $81^{-5} =$ | t) $125^{-3} =$ |
| u) $(2^{-5})^{-3} =$ | v) $(3^{-2})^{-1} =$ | w) $((2^{-1})^{-2})^{-3} =$ | x) $(5^{-4})^{-4} =$ |

Exercice 12 :

Réécis tous les calculs suivants en faisant disparaître la puissance négative, puis calcule :

$$A = 3^{-2} \times 2^4 \times 5^{-2} ; B = \frac{2^{-2} \times 3^{-4}}{7^{-2} \times 7^2 \times 6^{-3}} ; C = \left(\frac{3^4 \times 2^{-4} \times 5}{6^{-2} \times 15^2}\right)^{-1} ; D = \left(\frac{1}{2^5 \times 5^5}\right)^{-2}$$

$$E = (5^2 \times 2^3)^{-1}$$

PUISSANCES RELATIVES D'ENTIERS RELATIFS

□ Je sais calculer avec des puissances entières relatives de nombres entiers relatifs

Exercice 13 :

Calcule les nombres suivants :

$$A = (-2)^{-2} ; B = (-3)^{-3} ; C = -2^{-2} ; D = -3^{-3} ; E = (-5)^0 ; F = -5^0$$

Exercice 14 :

Donne le signe des nombres suivants :

$$(-11)^{-5984} ; (-11)^{-5985} ; -11^{-5984} ; -11^{-5985} ; (-11)^0 ; -11^0$$

Exercice 15 :

Ecris les fractions suivantes sous la forme d'un nombre avec une puissance négative de 2 ou de 3.

$$\frac{1}{4} = \quad ; \frac{1}{9} = \quad ; \frac{1}{-32} = \quad ; \frac{1}{-81} = \quad ; -\frac{1}{243} = \quad ; -\frac{1}{512} = \quad ; \frac{1}{1024} = \quad$$

Exercice 16 :

Prévois quel sera le signe des nombres suivants, puis réécrit-les en supprimant le plus possible de signes négatif des nombres sous les puissances :

$$A = \frac{(-2)^{-3} \times 5^{-2}}{3^{-3} \times (-5)^{-2}} ; B = (-7)^3 ; C = -(-7)^3 ; D = (-10)^{-3} \times (-2)^{-3} \times 5^{-3}$$

Exercice 17 :

Exprime les nombres suivants sous la forme $\pm 2^n \times 3^p \times \dots$, où n, p, \dots sont des entiers relatifs :

$$A = (-48)^{-3} \times 64 ; B = \frac{1}{(-60)^{-7}} ; C = (-200)^{-4} \times (50)^2 ; D = \frac{(-6)^5}{(-4)^{-4} \times (-9)^3}$$

Exercice 18 :

Exprime les nombres suivants en n'utilisant que des puissances positives de nombres premiers :

$$A = 100^{-3} ; B = 72^{-5} ; C = \frac{9^2}{72^5} ; D = 144^{-5} ; E = 36^{-2} \times 18^{-3} ; F = \frac{125^{-3}}{200^{-4}}$$

EXERCICES DE SYNTHÈSE SUR LES PUISSANCES

Objectifs :

- Je sais calculer avec des puissances entières positives de nombres entiers positifs
- Je sais calculer avec des puissances entières positives de nombres relatifs
- Je sais calculer avec des puissances entières relatives de nombres entiers relatifs
- Je sais calculer avec des puissances entières relatives de nombres rationnels

Exercice A :

1°) Exprime les nombres suivants sous la forme a^n , où a est un entier le plus petit possible.

y) $7^3 \times 7 \times 7^{-8}$ z) $2^9 \times 5^9$ aa) $\frac{24^{15}}{6^{15}}$ bb) $2^8 \times 4^4 \times (5^2)^4$

2°) Même question

a) $\frac{[(-3)^2]^4}{(-3)^{-3}}$ b) $\frac{[(-2)^2]^3]^{-4}}{(-2)^{-10} \times (-2)}$ c) $\frac{(3 \times 3^5 \times 3^{11})^2}{3^{23}}$ d) $(9^9 \times 9^5)^0 \times 2^5$

3°) Simplifie puis calcule les expressions suivantes :

a) $A = \frac{3^3 \times 5^8}{5^5 \times 3^2} \times 2^2 \times 10^{-2}$ b) $B = (5^{31} \times 7^{-30})^2 \times (5^{30} \times 7^{-31})^{-2}$

Exercice B :

Exprime les nombres suivants sous la forme a^n , où a est un entier le plus petit possible.

a) $A = 4^3$ b) $B = 19 + 3^4$ c) $C = 2^5 \times 3^5$ d) $D = 8^4 \times 81^3$

Exercice C :

Sans faire de calculs, écris les nombres suivants en n'utilisant que des puissances positives.

a) $A = 5^{-2}$ b) $B = \frac{1}{3^{-3}}$ c) $C = \left(\frac{2}{5}\right)^{-8}$ d) $D = \left(\frac{1}{3^{-2}}\right)^{-3}$

Exercice D :

Ecris les nombres suivants sous la forme $a \times 10^n$ où a est un entier naturel le plus petit possible et n un entier relatif.

a) $A = 0,0025$ c) $C = 7,203$ e) $E = 72\,040\,000 \times 10^{-12}$
 b) $B = 52\,030\,000$ d) $D = 0,004 \times 10^{-8}$ f) $F = 900 \times 10^5 \times 10^3$

Exercice E :

Exprime les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^p \times 5^q$ où n, p, q sont des entiers relatifs.

a) $A = 15 \times 12 \times 20$ c) $C = 30 \times 10 \times 6$ e) $E = 0,027 \times 42$
 b) $B = 42 \times 27 \times 6$ d) $D = 1,5 \times 0,6$ f) $F = 0,025 \times 0,4 \times 0,081$

Exercice F :

Exprime les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^p \times 5^q$ où n, p, q sont des entiers relatifs.

a) $A = (15)^3 \times (12)^{-4} \times (20)^2$

b) $B = 49^0 \times 24^{-4} \times 30^2$

c) $C = \frac{12^2 \times 15^4}{20^5 \times 24^3}$

d) $D = \frac{16^{-2} \times 9^4}{15^1 \times 18^{-2}}$

Exercice G :

Sans faire aucun calcul, transforme les écritures suivantes pour n'avoir que des puissances positives, tu donneras toujours l'écriture la plus simple (par exemple 2^4 est l'écriture simplifiée de $(-2)^4$).

a) $A = (-2)^{-2}$

b) $B = \frac{-2 \times (-7)^{-3}}{(-5)^{-2} \times 11^5}$

c) $C = -\frac{-2^3 \times 3^{-2} \times 5^{-7}}{-7^4 \times 11^{-5}}$

Exercice H :

Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

a) 0,000 000 025

c) $510\,000 \times 10^{-8}$

e) $0,000\,000\,045 \times 10^{-9}$

b) 17 400 000 000

d) $2\,480\,000\,000\,000 \times 10^{-11}$

f) $0,001\,000\,04 \times 10^6$

Exercice I :

Sans faire aucun calcul, dis de quel signe sera le produit suivant.

a) $A = -(-3)^3 \times (-3)^4$

c) $C = -(-2^{-2})^{-2}$

b) $B = -7^4 \times 3^{-2}$

d) $D = 5^{-3} \times (-3^2)$

Exercice J :

Calcule les nombres suivants et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $A = \frac{2,5 \times 10^{-3} \times 2400 \times (10^2)^{-5}}{0,015 \times 10^{-8} \times 1\,600}$

b) $B = \frac{(180 \times 10^2)^4}{(0,45 \times 10)^{-2} \times 5000}$

Exercice K : (mathadoc)

Un vaisseau spatial a mis 20 ans pour faire le voyage planète X-Terre. Sachant que la planète X est située à 4,5 années-lumière de la Terre et qu'une année-lumière est égale à $9,5 \times 10^{12}$ km, calcule la vitesse moyenne de ce vaisseau spatial exprimée en km par an. Tu donneras l'écriture scientifique du résultat.

Exercice L :

Calcule et donne le résultat sous la forme d'un nombre entier ou décimal :

$$N = \frac{27 \times 0,25 \times 4 \times 10^{-4}}{1\,000\,000 \times 18 \times 0,12}$$