

DEVOIR SURVEILLE

Mathématiques

Durée : 1h30.

Rappel : un DM/EN a un coefficient de 1, une interrogation a un coefficient de 2, un DS a un coefficient de 4.
L'orthographe, la qualité de rédaction, la présentation rentrent en compte dans la notation.

Enseignante : Marie-Tatiana FORCONI.

Thèmes :

Statistiques. Primitives

PARTIE SANS CALCULATRICE :

durée 30 minutes, 4 exercices (3 en analyse, 1 en statistiques). 20pt.

PARTIE AVEC CALCULATRICE :

durée 60 minutes, 2 exercices (1 en analyse, 1 en statistiques). 30pt.

La note est ensuite divisée par 5 pour être ramenée sur 10.

PARTIE A : SANS CALCULATRICE.



Durée : 30 minutes. Barème : 20 points.

A1	<p>ANALYSE</p> <p>Calculer les coordonnées des points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction h et la droite d d'équation $y = x - 1$.</p> $h(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$	5 pts
A2	<p>ANALYSE</p> <p>On donne la fonction $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ définie lorsque $x > -\frac{1}{2}$; déterminer l'expression de la primitive F de f telle que $F(1) = 0$.</p>	5 pts
A3	<p>ANALYSE</p> <p>Trouver les abscisses des points d'intersection entre les représentations graphiques des deux fonctions suivantes :</p> $f(x) = 2 \times 3^x \text{ et } g(x) = 7^x \times 4.$	5 pts
A4	<p>STATISTIQUES</p> <p>On donne la série statistique suivante, représentant les notes obtenues, sur la partie sans calculatrice, de ce devoir, par les élèves d'une classe :</p> <p>7 ; 9 ; 10 ; 12 ; 12 ; 14 ; 14 ; 14 ; 16 ; 18.</p> <p>Après avoir donné les quartiles et la médiane, construire le diagramme en boîte.</p>	5 pts

PARTIE B : AVEC CALCULATRICE.



Durée : 1 heure. Barème : 30 points.

B1	<p>ANALYSE</p> <p>Soit la fonction $f(x) = \frac{6}{3x+10}$ définie sur $]-\frac{10}{3}; +\infty[$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Vérifier que f est bien définie sur son ensemble de définition. 2) Calculer la dérivée $f'(x)$, étudier son signe et en déduire le sens de variations de f sur son ensemble de définition. 3) Existe-t-il un point pour lequel la tangente à la courbe représentative de f est perpendiculaire à la droite d'équation $y = -x + 3$? Si oui, calculer son abscisse. Si non, expliquez pourquoi. 4) Calculer la primitive F de f telle que $F(-3) = -\ln 2$. 5) Résoudre $F(x) = 0$. 	15 pts														
B2	<p>STATISTIQUES</p> <p>On donne la série statistique suivante, réalisée pour le compte d'un opérateur téléphonique :</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">Nombre de téléphones</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Effectif</td> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">5</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> </tbody> </table> <ol style="list-style-type: none"> 1) Calculer l'effectif total. 2) Calculer le nombre moyen de téléphone possédés par les gens interrogés. 3) Quelle est le mode de la série ? 4) Calculer l'écart-type. 5) Quel est le pourcentage de gens qui possède 1 téléphone ? 6) Quel est le pourcentage de gens qui possède 2 téléphones ou plus ? <p>On interroge une personne supplémentaire, qui affirme posséder 34 téléphones. On ajoute cette personne à notre étude. Afin de donner à l'opérateur l'information la plus fiable possible, va-t-on lui donner la médiane et les quartiles, ou bien la moyenne et l'écart-type ? Pourquoi ?</p>	Nombre de téléphones	0	1	2	3	4	5	Effectif	3	8	5	2	1	1	15 pts
Nombre de téléphones	0	1	2	3	4	5										
Effectif	3	8	5	2	1	1										

PARTIE A : SANS CALCULATRICE : correction.

Durée : 30 minutes. Barème : 20 points.



A1	<p>ANALYSE Les abscisses des éventuels points d'intersection sont les solutions, s'il y en a, de l'équation $\frac{2x-1}{x+1} = x - 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = (x - 1)(x + 1) \Leftrightarrow 2x - 1 = x^2 - 1$</p> <p>Ce qui équivaut à $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2 - x) = 0$; on a deux solutions à l'équation : $x = 0$ ou $x = 2$. Pour chacune de ces abscisses, il correspond une unique ordonnée que l'on calculera plus rapidement avec l'équation de droite :</p> <p>Si $x = 0$ alors $y = 0 - 1 = -1$ donc $(0; -1)$ est un point d'intersection. Si $x = 2$ alors $y = 2 - 1 = 1$ donc $(2; 1)$ est un point d'intersection.</p>	5 pts
A2	<p>ANALYSE On peut exprimer la fonction f sous la forme $f(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2x+1}$; on vérifie que $2x + 1$ est bien strictement positif dès lors que $x > -\frac{1}{2}$;</p> <p>l'ensemble de ses primitives est donc $F_k(x) = \frac{1}{2} \ln(2x + 1) + k, k \in \mathbb{R}$.</p> <p>La primitive telle que $F(1) = 0$ est donc telle que $\frac{1}{2} \ln(3) + k = 0$ d'où $k = -\frac{1}{2} \ln 3$.</p> <p>La primitive cherchée est donc $F(x) = \frac{1}{2} \ln(2x + 1) - \frac{1}{2} \ln 3$.</p>	5 pts
A3	<p>ANALYSE On vérifie que $f(x)$ et $g(x)$ sont bien strictement positives sur \mathbb{R} puis on pose l'équation : $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2 \times 3^x = 7^x + 4 \Rightarrow \ln(2 \times 3^x) = \ln(7^x + 4)$</p> <p>On a donc $x \ln 3 + \ln 2 = x \ln 7 + 2 \ln 2$ d'où $x = \frac{\ln 2}{\ln 3 - \ln 7} = \frac{\ln 2}{\ln \frac{3}{7}}$</p>	5 pts
A4	<p>STATISTIQUES On repère les paramètres $Q_1 = 10$; $M_e = 13$ et $Q_3 = 14$. On construit le graphique suivant :</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div>	5 pts

PARTIE B : AVEC CALCULATRICE.

Durée : 1 heure. Barème : 30 points.



B1	<p>ANALYSE</p> <p>1) Le dénominateur s'annule pour $x = -\frac{10}{3}$ donc f existe bien sur $]-\frac{10}{3}; +\infty[$.</p> <p>2) $f'(x) = \frac{-18}{(3x+10)^2}$ pour tout x de $]-\frac{10}{3}; +\infty[$, comme le dénominateur est strictement positif on a $f'(x) < 0$ sur son ensemble de définition, donc f est décroissante sur son ensemble de définition.</p> <p>3) Deux droites sont perpendiculaires si le produit des coefficients directeurs fait -1. On cherche x_0 tel que $f'(x_0) = 1$ donc tel que $-\frac{18}{(3x_0+10)^2} = 1$ donc tel que $(3x_0 + 10)^2 = -1$. C'est impossible. Il n'existe pas de tel point.</p> <p>4) On peut exprimer f sous la forme $f(x) = 2 \times \frac{3}{3x+10}$ et $f(x)$ est strictement positive donc $F_k(x) = 2 \ln(3x + 10) + k, k \in \mathbb{R}$. Or on souhaite avoir $F(-3) = -\ln 2$ donc $2 \ln(-9 + 10) + k = -\ln 2$ donc $k = -\ln 2$. La primitive cherchée est donc $F(x) = 2 \ln(3x + 10) - \ln 2$.</p> <p>5) $F(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(3x + 10)^2 = \ln 2 \Rightarrow (3x + 10)^2 = 2$; on a deux cas : $3x+10=\sqrt{2}$ ce qui conduit à $x=\frac{\sqrt{2}-10}{3} \approx -2,86$ donc seule la première solution $3x+10=-\sqrt{2}$ ce qui conduit à $x=\frac{-\sqrt{2}-10}{3} \approx -3,8$ convient (l'autre n'appartient pas à l'ensemble de définition).</p>	<p>15 pts</p> <p>1 pt</p> <p>4 pts</p> <p>4 pts</p> <p>3 pts</p> <p>3 pts</p>
B2	<p>STATISTIQUES</p> <p>1) $3+8+5+2+1+1=20$. L'effectif total est 20.</p> <p>2) Calculer le nombre moyen de téléphone possédés par les gens interrogés. Dans la calculatrice, dans une nouvelle page de type tableur, je rentre 0, 1, 2, 3, 4, 5 dans la première colonne, puis 3, 8, 5, 2, 1, 1 dans la deuxième colonne. J'appelle a ma première colonne et b ma deuxième colonne. Ensuite, je fais « menu », « statistiques » et « calcul statistiques », « statistique à deux variables » ; je choisis a comme première variable, b comme deuxième variables, ces paramètres représentant les colonnes. Alors j'ai : $\frac{\sum xy}{\sum y} = \frac{33}{20} = 1,65$ donc le nombre de moyen de téléphone est 1,65.</p> <p>3) Le mode est la valeur qui a le plus grand effectif : ici c'est 2.</p> <p>4) Dans la cellule C1 je rentre « =A1*B1 » et j'étire la formule jusqu'en C6. Dans la cellule D1 je rentre « =(C1 - 1,65)^2 » et j'étire la formule jusqu'en D6. Dans la cellule D7 je rentre « =$\sqrt{D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6}$ ». Je trouve 12,1834 : c'est mon écart-type.</p> <p>5) $\frac{8}{20} \times 100 = 40$. Donc 40% des gens possèdent 1 téléphone.</p> <p>6) $\frac{5+2+1+1}{20} \times 100 = 45$. Donc 45% des gens possèdent 2 téléphones ou plus.</p> <p>7) On donnera à l'opérateur la médiane et les quartiles, car ces paramètres ne sont pas influencés par les valeurs extrêmes, et visiblement la personne supplémentaire qui a été interrogée n'est pas du tout représentative de la population, et risque d'influencer de manière très forte la moyenne et l'écart-type de la série.</p>	<p>15 pts</p> <p>1 pt</p> <p>3 pts</p> <p>1 pt</p> <p>3 pts</p> <p>2 pts</p> <p>2 pts</p> <p>3 pts</p>