

# Exercices d'entraînement

## 19 Carré, racine carrée

ABC est un triangle rectangle en A tel que :  $AB = 3$  cm et  $AC = 1$  cm.

a. Joseph a écrit : «  $BC^2 = 6 + 2$  ;  $BC^2 = 8$  donc  $BC = 4$  cm ».

Indique et analyse ses erreurs.

b. Calcule  $BC^2$  puis en utilisant la touche racine carrée  $\sqrt{\quad}$  de ta calculatrice, donne la valeur de BC approchée par défaut au millimètre près.

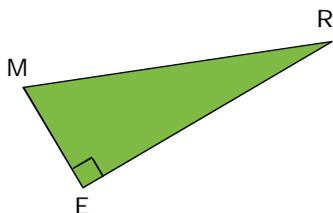
## 20 Soit un triangle EDF rectangle en D.

a. Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

b. On donne :  $EF = 450$  mm et  $DF = 360$  mm. Calcule  $ED^2$  puis, en utilisant la touche racine carrée de ta calculatrice, la longueur ED.

c. Calcule DF avec  $EF = 4,5$  dm et  $ED = 2,7$  dm.

## 21 MER est un triangle rectangle en E.



a. Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

b. Le tableau suivant présente plusieurs cas de dimensions du triangle MER.

Recopie et complète-le en écrivant le détail de tes calculs (tu arrondiras au dixième si nécessaire) :

	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
MR	...	...	5,3 cm	9,1 cm	7 m
RE	15 cm	7,7 cm	...	9 cm	... m
ME	8 cm	36 dm	2,8 cm	...	53 cm

## 22 ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 48$ mm et $AC = 64$ mm.

a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Quelle longueur peux-tu calculer avec le théorème de Pythagore ?

Calcule cette longueur en rédigeant. Vérifie la cohérence de ton calcul sur ta figure.

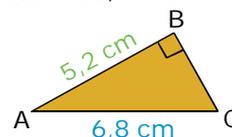
c. Reprends les questions précédentes avec le triangle MOT rectangle en M tel que  $TO = 7,4$  cm et  $MT = 2,4$  cm.

## 23 Je rédige et je calcule

a. Le triangle MNP est rectangle en M avec  $MN = 5,2$  m et  $MP = 4,8$  m. Calcule la valeur de NP arrondie au dixième.

b. Calcule RT dans le triangle RST, rectangle en T tel que :  $ST = 60$  mm et  $RS = 10,9$  cm.

c. Calcule BC. Donne la valeur approchée par excès au centième près.



## 24 Calcule la valeur arrondie au millimètre de :

a. la longueur de la diagonale d'un carré de côté 5 cm ;

b. la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les dimensions sont 8,6 cm et 5,3 cm ;

c. la longueur du côté d'un carré de diagonale 100 m.

## 25 Saut d'obstacle

Théo veut franchir, avec une échelle, un mur de 3,50 m de haut devant lequel se trouve un fossé rempli d'eau, d'une largeur de 1,15 m.

a. Fais un schéma de la situation.

b. Il doit poser l'échelle sur le sommet du mur. Quelle doit être la longueur minimum de cette échelle ? Arrondis au cm.

## 26 Jardinage

Un massif de fleurs a la forme d'un triangle rectangle et le jardinier veut l'entourer d'une clôture. Au moment de l'acheter, il s'aperçoit qu'il a oublié de mesurer un des côtés de l'angle droit.

Les deux seules mesures dont il dispose sont, en mètres : 6,75 et 10,59.

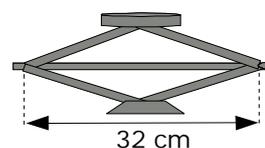
a. A-t-il besoin d'aller mesurer le côté manquant ?

b. Aide-le à calculer la longueur de la clôture qu'il doit acheter.

## 27 Le cric

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 cm de côté.

À quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32 cm ? Arrondis au mm.

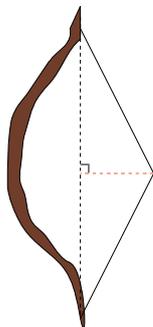


## 28 L'arc pour enfant

La corde élastique a une longueur de 60 cm au repos.

a. Quelle est la nouvelle longueur de la corde si on l'écarte de 11 cm en la tirant par son milieu ? Arrondis au cm.

b. Il est conseillé de ne pas tirer la corde de plus de 8 cm. Quel est, en cm, l'écartement maximal conseillé ?

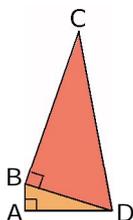


## 29 Sur la figure ci-contre :

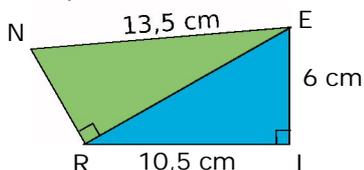
$AB = 1,5$  cm ;  $AD = 6$  cm et  $BC = 12$  cm.

a. Calcule la valeur arrondie au mm de  $BD$ .

b. Calcule, en justifiant, la valeur exacte de  $DC$ .



## 30 Dans un quadrilatère



Démontre que  $NR = EI$ . Justifie toutes les étapes.

## 31 TSF est un triangle isocèle en S tel que $ST = 4,5$ cm et $TF = 5,4$ cm.

a. Calcule la longueur de la hauteur relative à la base  $[TF]$ .

b. Dédus-en l'aire de ce triangle.

## 32 Calcule la mesure, approchée par excès au dixième près, de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 7 cm. Dédus-en son aire.

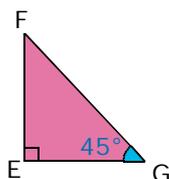
## 33 Avec des angles

Le triangle  $EFG$  est rectangle en  $E$  :

$EG = 7$  cm et  $\widehat{FGE} = 45^\circ$ .

a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{EFG}$ .

b. Calcule, en justifiant,  $EF$  et  $FG$  (tu arrondiras au mm).



## 34 Rectangle ou non ?

a. Le triangle  $XYZ$  est tel que  $XY = 29,8$  cm ;  $YZ = 28,1$  cm ;  $XZ = 10,2$  cm.

Explique pourquoi il n'est pas rectangle.

b. Soit le triangle  $ALE$  tel que :  $AL = 13,1$  cm ;  $LE = 11,2$  cm ;  $EA = 6,6$  cm.

Construis ce triangle en vraie grandeur.

Est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

## Réciproque

### du théorème de Pythagore

35 Soit le triangle  $MNP$  tel que  $MN = 3$  cm ;  $NP = 5$  cm et  $PM = 4$  cm.

a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. En utilisant ton équerre, peux-tu affirmer que ce triangle est rectangle ?

c. Fais les calculs nécessaires pour pouvoir conclure. Écris le théorème utilisé.

36 Donne tous les triangles rectangles dont les mesures des côtés sont parmi les valeurs suivantes :

6 cm ; 8,2 cm ; 10 cm ; 1,8 cm ; 5 cm ; 8 cm.

37 Dans chacun des cas ci-dessous :

- Identifie le plus long côté du triangle  $EFG$  ;
- Calcule, d'une part, le carré de la longueur de ce côté ;
- Calcule, d'autre part, la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ;
- Compare les résultats obtenus et conclus.

a.  $EF = 4,5$  cm ;  $FG = 6$  cm ;  $EG = 7,5$  cm.

b.  $EF = 3,6$  cm ;  $FG = 6$  cm ;  $EG = 7$  cm.

c.  $FG = 64$  mm ;  $EF = 72$  mm ;  $EG = 65$  mm.

d.  $EF = 3,2$  dam ;  $FG = 25,6$  m ;  $EG = 19,2$  m.

## 38 Apprendre à rédiger

Dans chacun des cas suivants, démontre que le triangle  $ABC$  est un triangle rectangle. Précise à chaque fois en quel point.

a.  $AB = 52$  cm ;  $AC = 39$  cm et  $BC = 65$  cm.

b.  $AB = 3,25$  m ;  $AC = 3,97$  m et  $BC = 2,28$  m.

c.  $AC = 8,9$  dm ;  $AB = 3,9$  dm et  $CB = 80$  cm.

d.  $CB = 33$  mm ;  $AC = 65$  mm et  $AB = 56$  mm.

# Exercices d'entraînement

## 39 Jouer au professeur !

Voici l'énoncé d'un problème :

ABC est un triangle tel que  $BC = 25$  cm ;  $AB = 24$  cm et  $AC = 7$  cm. Démontre que le triangle ABC est un triangle rectangle.

Quentin a rédigé sur sa copie le texte :

Je sais que dans le triangle ABC, [BC] est le plus long côté donc :  
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$   
 $25^2 = 24^2 + 7^2$   
 $625 = 576 + 49$   
 $625 = 625$   
 Comme  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , le triangle ABC est bien rectangle en A.

- Explique pourquoi le raisonnement de Quentin est faux.
- Recopie la démonstration de Quentin en la corrigeant.

## 40 Comparaison

Voici ce que l'on peut voir sur une copie :

$$\begin{array}{l} \ll AB^2 = 3,64^2 \quad AC^2 + BC^2 = 0,27^2 + 3,65^2 \\ AB^2 = 13,2496 \quad AC^2 + BC^2 = 0,0729 + 13,3225 \\ \quad \quad \quad \quad AC^2 + BC^2 = 13,3954 \end{array}$$

Donc  $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ . D'après le théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle. »

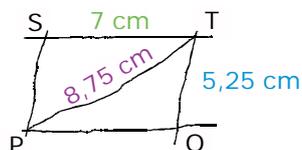
Est-ce juste ? Justifie ta réponse et corrige cette copie le cas échéant.

## 41 Le triangle OUI est tel que : $UI = 5$ cm ; $UO = 1,4$ cm et $OI = 4,8$ cm.

- Construis ce triangle en vraie grandeur.
- Par la symétrie de centre O, construis les points T et N symétriques respectifs des points U et I.
- Quelle semble être la nature de NUIT ? Démontre ta conjecture.

## 42 Du parallélogramme au rectangle

On considère le parallélogramme STOP ci-contre dessiné à main levée.

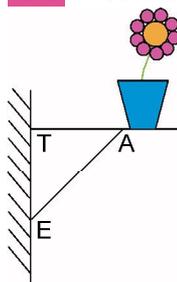


Démontre que le parallélogramme STOP est un rectangle.

## 43 Du parallélogramme au losange

LOSA est un parallélogramme tel que :  $LO = 58$  mm ;  $LS = 80$  mm et  $OA = 84$  mm. Démontre que LOSA est un losange.

## 44 Fleurs sur une étagère

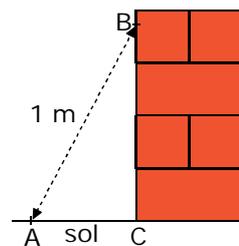


Sur un mur vertical, Arnaud a installé une étagère pour y poser des pots de fleurs. Les mesures qu'il a utilisées sont les suivantes :  $AT = 42$  cm ;  $AE = 58$  cm et  $TE = 40$  cm.

L'étagère d'Arnaud est-elle horizontale ? Justifie.

## 45 Construction d'un mur

Pour apprendre son métier, un apprenti maçon a monté un mur en briques de 0,90 m de hauteur. Son patron arrive pour vérifier son travail : il marque un point B sur le mur à 80 cm du sol et un point A à 60 cm du pied du mur. Il mesure alors la distance entre les points A et B et il obtient 1 m.



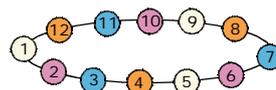
L'apprenti a-t-il bien construit son mur perpendiculaire au sol ? Justifie.

## 46 Droites perpendiculaires

Deux droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont sécantes en O ; M est un point de  $(d_1)$  tel que :  $OM = 11,9$  cm et N est un point de  $(d_2)$  tel que :  $ON = 12$  cm. On sait d'autre part que :  $MN = 16,9$  cm.

Démontre que les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont perpendiculaires.

## 47 Le collier de Clémence

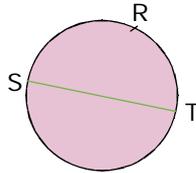


Clémence possède un collier qui contient 12 perles espacées régulièrement. Elle affirme pouvoir vérifier à l'aide de son collier qu'un triangle est rectangle. Pour cela, elle a besoin de former un triangle et de tendre son collier. Elle numérote ses perles de 1 à 12.

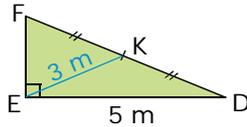
- Dessine le collier de Clémence dans une position qui lui permet d'obtenir un angle droit.
- Explique et justifie ton choix.

# Exercices d'approfondissement

**48** [ST] est un diamètre du cercle ;  $RS = 5,4$  cm et  $ST = 7,2$  cm. Calcule RT en justifiant (tu arrondiras au mm).



**49** Calcule, en justifiant, la valeur approchée par défaut de EF au centième près.



**50** Points cocycliques ?

Le triangle ROD est tel que  $RD = 8,5$  cm ;  $RO = 1,3$  cm et  $DO = 8,4$  cm.

- Fais une figure en vraie grandeur. Ce triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.
- Place un point N tel que  $RN = 7,7$  cm et  $DN = 3,6$  cm. Les points R, O, N et D sont-ils sur un même cercle ? Justifie ta réponse.

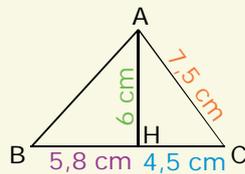
**51** ABC est un triangle rectangle en B tel que :  $AB = 5$  cm et  $AC = 8$  cm.

- Calcule BC (arrondis au mm).
- D est un point tel que :  $CD = 20$  cm et  $BD = 19$  cm. D est-il unique ?
- Montre que le triangle BCD est rectangle. Précise en quel point.
- Déduis-en que les points A, B et D sont alignés.

**52** Extrait du Brevet

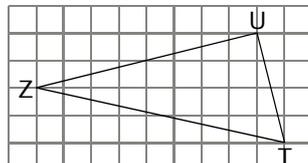
ABC est un triangle tel que :  $AC = 7,5$  cm ;  $BH = 5,8$  cm ;  $CH = 4,5$  cm et  $AH = 6$  cm, avec  $H \in [BC]$ .

- Faire une figure en vraie grandeur.
- Démontrer que ACH est rectangle en H.
- Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC.



**53** Quadrillage

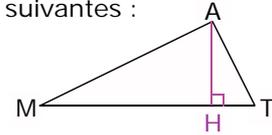
Le triangle ZUT est-il rectangle ? Si oui, précise en quel point et justifie ta réponse.



**54** Attention aux valeurs utilisées !

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur, les points M, H et T sont alignés et on dispose des longueurs suivantes :

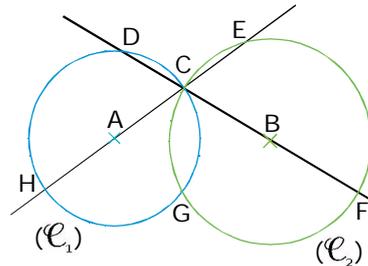
- $AH = 46$  mm ;
- $HT = 23$  mm ;
- $MH = 92$  mm.



- Calcule la longueur AT puis la longueur AM.
- Démontre que le triangle MAT est rectangle en A.
- Calcule l'aire du triangle MAT de deux façons différentes.

**55** Avec l'intersection de deux cercles

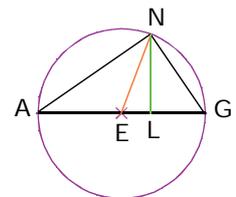
On considère deux cercles  $(\mathcal{C}_1)$  et  $(\mathcal{C}_2)$  de centres respectifs A et B. Les points C et G sont leurs deux points d'intersection. La droite (AC) recoupe le cercle  $(\mathcal{C}_1)$  en H et le cercle  $(\mathcal{C}_2)$  en E. La droite (BC) recoupe  $(\mathcal{C}_1)$  en D et  $(\mathcal{C}_2)$  en F.



- Démontre que les droites (HG) et (GC) sont perpendiculaires. De même, que peux-tu dire des droites (GF) et (GC) ?
- Démontre que les points H, G et F sont alignés.
- Quelle est la nature de HDF ? Justifie.
- Démontre que les points D, E, F et H sont cocycliques, c'est-à-dire situés sur un même cercle (tu préciseras un diamètre de ce cercle).

**56** Avec des angles

[AG] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle ANG, [NE] est une médiane et [NL] une hauteur de ce triangle.



On sait d'autre part que :  $\widehat{AGN} = 55^\circ$ .

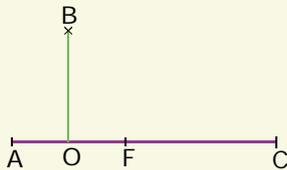
Donne, en justifiant, la mesure de chacun des angles suivants :

$$\widehat{LNG} ; \widehat{GAN} ; \widehat{ANE} ; \widehat{AEN} ; \widehat{NEL} .$$

# Exercices d'approfondissement

## 57 Extrait du Brevet

Les points A, O, F et C sont alignés.  
 $AC = 15$  cm ;  $AO = OF = 3$  cm ;  $BO = 6$  cm.  
 Les droites (AC) et (BO) sont perpendiculaires.



- Construire la figure en vraie grandeur.
- Montrer que  $AB^2 = 45$  et que  $BC^2 = 180$ .
- Montrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
- Tracer le cercle de diamètre [FC], il coupe (BC) en H.
- Montrer que le triangle FHC est rectangle.
- Montrer que les droites (AB) et (FH) sont parallèles.

## 58 Histoire de cercles

[AB] est un segment de 6 cm de longueur et O est son milieu. M et N sont deux points tels que OBM soit un triangle équilatéral et B est le milieu de [ON].

- Fais la figure en vraie grandeur.
- Montre que OMN est un triangle rectangle.
- Calcule la valeur arrondie de MN au centième de cm.
- Construis le cercle circonscrit à chacun des triangles AMB et OMN. On note L le deuxième point d'intersection de ces cercles.
- Montre que OMBL est un losange.

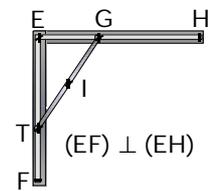
## 59 Extrait du Brevet

ABC est un triangle tel que  $AB = 4,2$  cm ;  $AC = 5,6$  cm et  $BC = 7$  cm.

- Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
- Calculer son aire.
- On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs  $a$ ,  $b$ ,  $c$  données en cm, l'aire de ce triangle est égale à  $\frac{abc}{4R}$ .  
 En utilisant cette formule, calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC.
- Pouvait-on prévoir ce résultat ? Justifier.

## 60 La tige

La tige [TG] mesure 10 cm.  
 Elle se déplace lorsque T glisse le long de [EF] et G le long de [EH].

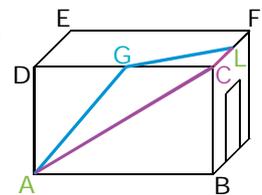


- Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle GET ?
- Quelle figure décrit le point I, milieu de [TG], lorsque la tige [TG] se déplace ?

## 61 Longueur de câble

Une pièce d'une maison a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont :  $AB = 5$  m ;  $BC = 2,5$  m et  $DE = 4$  m.

Un bricoleur doit amener un câble du point A au point L, milieu de [CF]. Il hésite entre les deux possibilités marquées en couleur sur la figure, sachant que G est le milieu de [DC] :



- en bleu, de A vers G puis de G vers L ;
  - en violet, de A vers C puis de C vers L.
- Dans lequel des deux cas utilisera-t-il le moins de câble ? Justifie.
  - Construis sur une même figure, à l'échelle 1/100, les faces ABCD et CDEF. Représente les deux possibilités pour le passage du câble.
  - Le bricoleur veut utiliser le moins de câble possible. Sur la figure précédente, représente le passage du câble de longueur minimum. Justifie ton tracé et calcule cette longueur.

## 62 Agrandissement, réduction

- Démontre que le triangle AMI tel que :  $AM = 6$  cm ;  $MI = 10$  cm et  $AI = 8$  cm est rectangle.
- On multiplie les trois mesures du triangle par 0,8 pour avoir le triangle A'M'I'. Le triangle obtenu est-il rectangle ? Même question si les mesures de AMI sont multipliées par 3.
- Soit un triangle rectangle dont les mesures, dans une même unité, sont notées  $a$ ,  $b$  et  $c$ . On suppose que :  $a > b > c$ .  
 Quelle relation a-t-on entre  $a$ ,  $b$  et  $c$  ?
- Démontre que, si on multiplie  $a$ ,  $b$  et  $c$  par un même nombre positif non nul  $k$ , le triangle obtenu est encore rectangle.

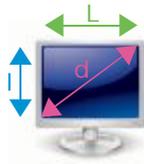
## 63 Le bon format

Pour répertorier ses moniteurs, un brocanteur relève leurs caractéristiques, notamment leurs longueurs et leurs largeurs :

$$L_1 = 30,6 \text{ cm et } l_1 = 23 \text{ cm ;}$$

$$L_2 = 34,6 \text{ cm et } l_2 = 26 \text{ cm.}$$

Or, dans son logiciel, la taille des moniteurs est répertoriée selon la diagonale des écrans en pouces.



a. Sachant qu'un pouce (noté " ") vaut 2,54 cm, retrouve les tailles  $d_1$  et  $d_2$  des moniteurs, en pouces, arrondies à l'unité.

b. Le brocanteur va recevoir un nouveau moniteur de 21". Il veut retrouver ses dimensions  $l$  et  $L$ . Son employé lui dit : « C'est simple car il n'existe qu'un seul rectangle de diagonale donnée. ». Prouve qu'il a tort. On sait d'autre part que :

$$L = \frac{4}{3}l \text{ (tu pourras utiliser } \frac{4}{3} \approx 1,33\text{).}$$

Trouve alors les valeurs  $l$  et  $L$ .

c. Aide le brocanteur à créer un fichier "Calculateur de dimensions" avec un tableur pour renseigner :

1) la largeur  $l$  et la longueur  $L$  en cm et on obtiendrait la diagonale  $d$  en cm puis en pouces ;

2) la diagonale  $d$  en pouces et on obtiendrait les dimensions  $l$  et  $L$  en cm d'un moniteur 4/3.

d. Trouve les dimensions en cm de l'écran 13,3" d'un ordinateur ultraportable puis la taille en pouces d'un écran de 29 cm par 38,6 cm.

## 64 Lieu de points

Avec un logiciel de géométrie de ton choix, construis deux points A et O puis le cercle  $(\mathcal{C})$  de centre O qui passe par A. Place un point B sur le cercle  $(\mathcal{C})$  et construis le segment [AB]. Place le point M milieu du segment [AB]. Fais apparaître la figure que décrit le point M lorsque le point B parcourt le cercle  $(\mathcal{C})$ . Démontre le résultat obtenu.

## 65 Soit un segment [AB] de longueur 8 cm.

a. M est un point vérifiant  $MA^2 + MB^2 = 64$ . Démontre que  $\triangle AMB$  est rectangle en M puis que M appartient au cercle de diamètre [AB].

b. Soit N un point du cercle de diamètre [AB]. Démontre qu'alors  $NA^2 + NB^2 = 64$ .

c. Construis le segment [AB] et tous les points P vérifiant  $PA^2 + PB^2 = 64$ . Justifie ta construction.

66 ABCDEFGH est un pavé droit tel que  $AB = a$ ,  $AD = b$  et  $AE = c$ , en cm. On admet que le triangle ACG est rectangle en C.

a. Montre que :

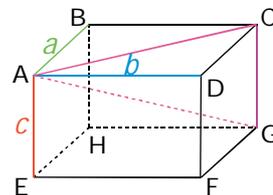
$$AC^2 = a^2 + b^2 \text{ et}$$

$$AG^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

b. Calcule AG pour :

$$a = 6 \text{ cm, } b = 3 \text{ cm}$$

$$\text{et } c = 4 \text{ cm.}$$



c. Cette fois, ABCDEFGH est un cube d'arête  $d$ . Dédus de a. que  $AC^2 = 2d^2$  et que  $AG^2 = 3d^2$ . Calcule AG pour  $d = 5$  m.

67 ABC est un triangle quelconque. A' est le milieu de [BC], B' celui de [AC] et C' celui de [AB]. O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

a. Démontre que A, B', O et C' sont cocycliques.

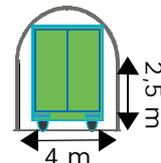
b. Prouve que les cercles circonscrits aux triangles  $AB'C'$ ,  $BA'C'$  et  $CA'B'$  ont un point commun que tu préciseras.

## 68 Tunnel

Un tunnel, à sens unique, d'une largeur de 4 m est constitué de deux parois verticales de 2,5 m de haut, surmontées d'une voûte semi-circulaire de 4 m de diamètre.

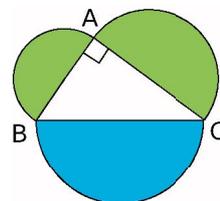
Un camion de 2,6 m de large doit le traverser.

Quelle peut être la hauteur maximale de ce camion ?



## 69 Les lunules d'Hippocrate

ABC est un triangle rectangle en A. On a construit les demi-cercles de diamètres [AB], [AC] et [BC] comme le montre la figure ci-contre.



a. Exprime l'aire totale de la figure en fonction de AB, AC et BC.

b. Montre que l'aire du **demi-disque bleu** est égale à la somme des aires des **demi-disques verts**. Dédus-en que l'aire totale de la figure est égale à la somme des aires du triangle ABC et du disque de diamètre [BC].

c. Montre que l'aire des **lunules (les parties en orange ci-contre)** est égale à l'aire du triangle ABC.

