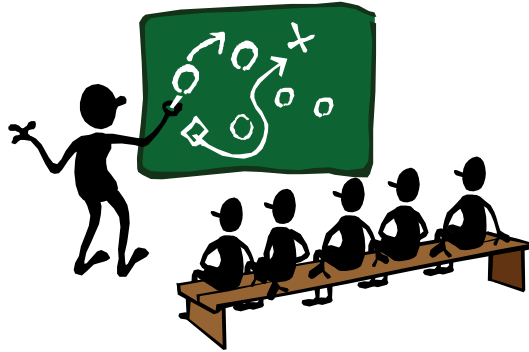
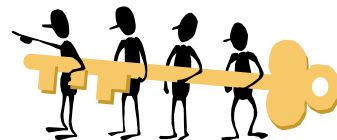


RÉVISION DE CALCUL NUMÉRIQUE



1.1 Les ensembles numériques	1
1.2 Propriétés des nombres réels	3
1.3 Ordre des opérations	5
1.4 Nombres premiers	6
1.5 Opérations sur les fractions	7
1.6 Puissances entières	10
1.7 Notation scientifique	12
1.8 Racines carrées	14
1.9 Révision générale	18
1.10 Corrections des exercices	22



AVANT-PROPOS

Que contient cette brochure de révision de calcul numérique ?

Cette brochure se divise en 10 chapitres. Les 9 premiers contiennent chacun de la théorie et des exercices. Le dernier chapitre contient les corrigés complets de tous les exercices.

Les 9 premiers chapitres résument toutes *les notions de calcul numérique étudiées au Cycle d'orientation*. C'est donc un document idéal pour faire de la révision pendant les vacances ou tout au long de l'année scolaire.

Pourquoi le calcul numérique est-il si important ?

En mathématique, le calcul numérique c'est un peu comme l'orthographe en français ! C'est une *connaissance de base* qui permet de maîtriser par la suite le calcul littéral et bien d'autres branches des mathématiques.

Comment utiliser au mieux cette brochure de révision de calcul numérique ?



Cette brochure ne se lit pas comme un roman ; il n'est pas nécessaire de parcourir toutes les pages d'un chapitre pour le comprendre et le maîtriser. Il est donc conseillé de résoudre une partie seulement des exercices d'un chapitre et, suivant le taux de réussite, de lire ou non la théorie qui s'y rapporte.

Cette brochure sert avant tout à *combler certaines lacunes* et à *réactiver les connaissances* en calcul numérique acquises durant les études au Cycle d'orientation.

Téléchargement

Vous pouvez télécharger ce document au format PDF à l'adresse suivante :

<http://disciplines.sismondi.ch/MA/espace-perso-profs/serge-picchione>

BON TRAVAIL !

1.1 Les ensembles numériques

Définitions

$$\mathbb{N} = \text{Ensemble des entiers naturels} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

$$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1; 2; 3; \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \text{Ensemble des entiers relatifs} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \text{Ensemble des nombres rationnels} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ et } q \in \mathbb{N}^* \right\}$$

Remarque

\mathbb{Q} peut aussi être considéré comme l'ensemble des nombres dont le **développement décimal** est fini ou illimité mais périodique. Exemple : $\frac{2}{1} = 2$, $\frac{8}{5} = 1.6$, $\frac{7}{9} = 0.\bar{7} \in \mathbb{Q}$

Un nombre avec un développement décimal **fini** ou avec un développement décimal **illimité périodique** peut toujours se mettre sous la forme d'une fraction.

Exemples

$$1266 = \frac{1266}{1}$$

$$2,4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

$$3,245 = \frac{3245}{1000} = \frac{649}{200}$$

$$3,456565656\dots = 3,4\overline{56}$$

On pose $a = 3,4\overline{56}$

$$1000 \cdot a = 3456,565656\dots$$

$$- 10 \cdot a = -34,565656\dots$$

$$\hline 990 \cdot a = 3422$$

$$\rightarrow a = \frac{3422}{990} = \frac{1711}{495}$$

On a longtemps cru qu'il n'existait pas d'autres nombres que les rationnels jusqu'au jour où on a **prouvé** que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel ! $\sqrt{2} = 1,414213562373095048801\dots$

Il a donc fallu considérer de nouveaux nombres, ceux qui ne sont pas rationnels.

Définition

Un **nombre irrationnel** est un nombre qui ne peut pas s'écrire sous forme de fraction, ou un nombre dont le développement décimal est illimité et non périodique.

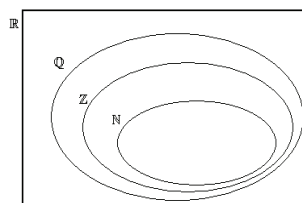
Exemple $\pi = 3,1415926535897932385\dots$ est également un nombre irrationnel. (voir table C.R.M.)

Définition

Lorsqu'on considère l'ensemble de tous les nombres : entiers naturels, entiers relatifs, nombres rationnels et irrationnels, on parle de **l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels**.

Exemples $-2 = -\frac{2}{1}$; $\frac{1}{3} = 0,\bar{3}$; π ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

On a les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



Exercice 1

Donner l'écriture fractionnaire irréductible des nombres rationnels suivants :

- a) 3,456 b) 33,67 c) 0,0006 d) 458,5

Exercice 2

Simplifier d'abord, si c'est possible, puis donner l'écriture décimale des nombres rationnels suivants.

- a) $\frac{8}{5}$ b) $\frac{508}{165}$ c) $\frac{1728}{12}$ d) $\frac{4}{12}$

Que constate-t-on ?

Exercice 3

Écrire le nom de l'ensemble de nombres désigné par chacune des lettres suivantes :

\mathbb{N} ; \mathbb{Z} ; \mathbb{Q} ; \mathbb{R}

Exercice 4

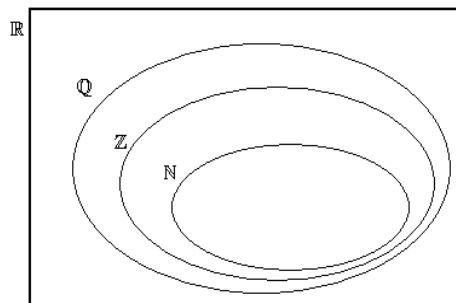
Compléter à l'aide de l'un des signes \in (appartient) \notin (n'appartient pas).

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| $0,3\bar{7} \dots \mathbb{Q}$ | $\sqrt{25} \dots \mathbb{N}$ | $\frac{6}{2} \dots \mathbb{N}$ | $\sqrt{-16} \dots \mathbb{Z}$ |
| $-2,5 \dots \mathbb{Z}$ | $\sqrt{-25} \dots \mathbb{R}$ | $\sqrt{\frac{3}{4}} \dots \mathbb{R}$ | $\sqrt{0,01} \dots \mathbb{Q}$ |
| $0 \dots \mathbb{R}$ | $-\sqrt{25} \dots \mathbb{N}$ | $5 \dots \mathbb{Z}$ | $1,2\bar{34} \dots \mathbb{R}$ |

Exercice 5

Recopier le *diagramme de Venn* ci-dessous et placer les nombres suivants :

- $2,34$; $\frac{2}{3}$; π ; 45 ; $-\frac{3}{5}$; -12 ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{9}$; 0 ; $7,2 \cdot 10^{-2}$; $7,2 \cdot 10^2$



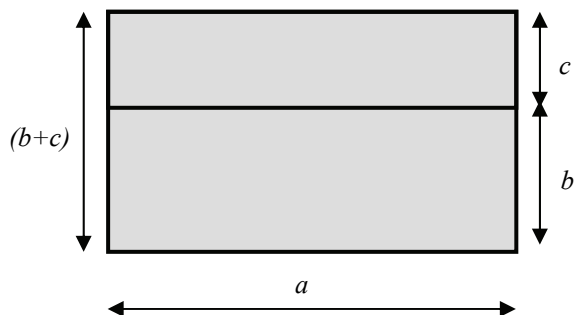
Exercice 6 Trouver dix nombres non rationnels (irrationnels).

1.2 Propriétés des nombres réels

Les nombres réels jouissent des **propriétés** ci-dessous, c'est-à-dire que quelles que soient les valeurs que l'on donne aux lettres a , b , c et d , les relations suivantes sont toujours vraies :

- | | | | |
|----|--|---|---|
| 1) | <i>La somme de deux nombres réels est un nombre réel.</i> | | |
| 2) | <i>Le produit de deux nombres réels est un nombre réel.</i> | | |
| 3) | $a + b = b + a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ | <i>commutativité</i> |
| 4) | $a + (b + c) = (a + b) + c$ | $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ | <i>associativité</i> |
| 5) | $0 + a = a$ | $1 \cdot a = a$ | <i>élément neutre</i> |
| 6) | $a + (-a) = 0$ | $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ | <i>élément symétrique</i> |
| 7) | $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ | | <i>distributivité / mise en évidence</i> |
| 8) | $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$ | | <i>double distributivité / mise en évidence</i> |
| 9) | $(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -a \cdot b$ $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$ | | <i>règle des signes</i> |

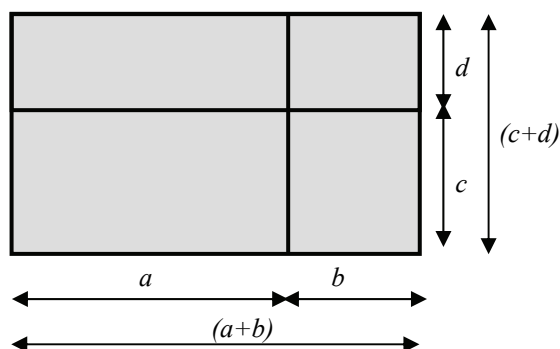
Illustration de la distributivité / mise en évidence



Deux manières de calculer l'aire du rectangle :

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Illustration de la double distributivité / mise en évidence



Deux manières de calculer l'aire du rectangle :

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Règle de la multiplication par zéro

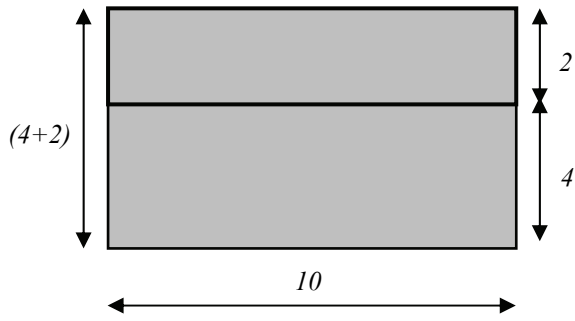
- 10) Lorsque l'on multiplie un nombre réel par 0 , on trouve toujours 0 .

Autrement dit : $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

- 11) Dire que le produit de deux nombres réels vaut 0 est **équivalent** à dire que l'un des deux nombres (au moins) est égal à 0 . Autrement dit : $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$

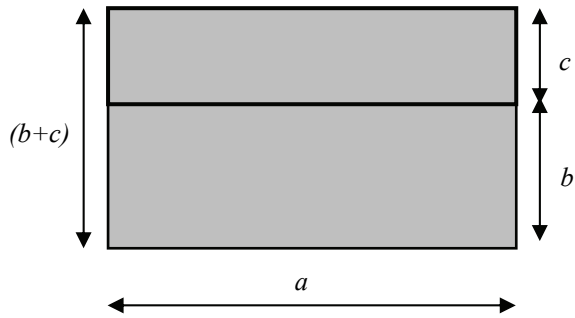
Exercice 7 (Illustration géométrique de la distributivité simple)

Calculer l'aire du rectangle ombré de deux manières différentes en écrivant toutes les étapes du calcul :



1^{ère} méthode :
2^{ème} méthode :
Conclusion :

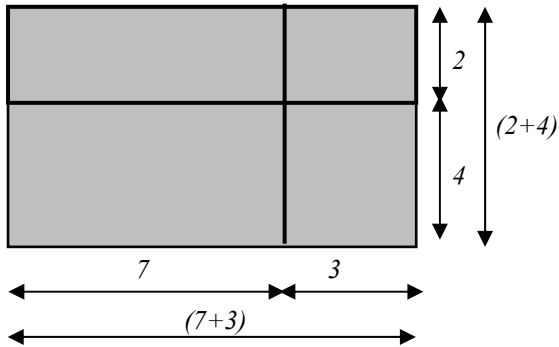
Même question, mais avec a, b et c des nombres réels quelconques :



1^{ère} méthode :
2^{ème} méthode :
Conclusion :

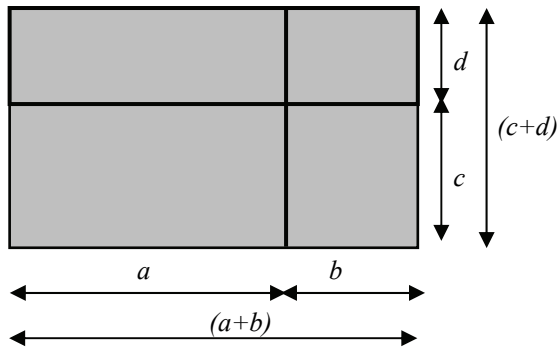
Exercice 8 (Illustration géométrique de la double distributivité)

Calculer l'aire du rectangle ombré de deux manières différentes en écrivant toutes les étapes du calcul :



1^{ère} méthode :
2^{ème} méthode :
Conclusion :

Même question, mais avec a, b, c et d des nombres réels quelconques :



1^{ère} méthode :
2^{ème} méthode :
Conclusion :

1.3 Ordre des opérations

Pour déterminer la valeur d'une expression arithmétique, on décide d'effectuer les différentes opérations en suivant **l'ordre indiqué par les règles** ci-dessous :

- 1) Les opérations à l'intérieur d'une paire de parenthèses qui ne contient pas de parenthèse.
- 2) Les puissances et les racines.
- 3) Les multiplications et les divisions (de gauche à droite).
- 4) Les additions et les soustractions (de gauche à droite).

Exemple $3 \cdot 4^2 - 5 \cdot (4+2) = 3 \cdot 4^2 - 5 \cdot 6 = 3 \cdot 16 - 5 \cdot 6 = 48 - 30 = 18$

1) 2) 3) 4)

Remarques

a) Si, dans une écriture sans parenthèse, il ne reste que des multiplications et des divisions (ou que des additions et des soustractions) il faut effectuer ces opérations de gauche à droite :

$$3 \cdot 8 \div 4 \cdot 2 = 24 \div 4 \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12 \qquad 7 - 2 + 5 = 5 + 5 = 10$$

b) En général, on n'écrit pas de parenthèse autour d'un nombre seul, ni le symbole de l'addition :

$$(12) = 12 \qquad (-3) = -3 \qquad +3 = 3$$

c) La barre de fraction représente une division, mais attention à l'ordre des opérations :

$$\frac{3+4}{2 \cdot 3} \text{ s'écrit, sans la barre de fraction, } (3+4) \div (2 \cdot 3).$$

$$3 + 4 \div 2 \cdot 3 \text{ s'écrit, avec la barre de fraction, } 3 + \frac{4}{2} \cdot 3.$$

Exercice 9

Effectuer les calculs suivants :

a) $(5 + 3 \cdot 17) - (6 - 3) \cdot 4 =$

f) $((10 \cdot 4 - 20) \cdot 2 - 20)^2 =$

b) $(5 + 6 \cdot (12 - 4 \cdot 2)) \cdot 3 - 3 =$

g) $(5 + 6) \cdot 12 - 4 \cdot 2 \cdot 3 - 3 =$

c) $49 \div (15 - 2 \cdot 4)^2 + 3 - 2 \cdot 5 =$

h) $(13 + 7) \cdot 5 - 7 \cdot 8 + 2 \cdot (4 - 3)^3 =$

d) $2 \cdot 5 + 150 \div (2 + 3) + 12 \cdot 4 + 7 \cdot 8 =$

i) $36 + 6 \div 2 - (4 \cdot 3 + 7) =$

e) $(5 + 6) \cdot (12 - 4 \cdot 2) \cdot (3 - 3) =$

j) $3 \cdot (5 + 2 \cdot (6 - (4 + 1)) + 3 + 2 \cdot 4) + 5 =$

1.4 Nombres premiers

Définition

Un nombre $n \in \mathbb{N}^*$ est un **nombre premier**, s'il a exactement deux diviseurs distincts dans \mathbb{N}^* : 1 et n .

Exemples

$13 = 1 \cdot 13$ $13 = 13 \cdot 1$ et pas d'autres décompositions donc 13 est premier.

$4 = 1 \cdot 4$ $4 = 4 \cdot 1$ et $4 = 2 \cdot 2$ donc 4 n'est pas premier.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 sont des nombres premiers.

Remarques

- a) Euclide : « Il existe une infinité de nombres premiers ».
- b) Si un nombre n n'est pas premier, on dit qu'il est **composé**. Exemples : 4 ; 6 ; 8... sont composés.
- c) Le nombre 1 n'est pas premier car il a un seul diviseur : lui-même.

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout entier positif peut être écrit comme un produit de nombres premiers, de façon unique.

(La démonstration de ce théorème, sort du cadre de ce cours et ne sera donc pas exposée ici).

Exemples

Décomposons **12** et **60** en produit de nombres premiers : (divisions successives)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} \Rightarrow 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ \hline 30 & 2 \\ \hline 15 & 3 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array} \Rightarrow 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Exercice 10

1) Écrire les nombres entiers positifs suivants, en produits de facteurs premiers :

- a) 28 b) 162 c) 1200 d) 1260

2) 61 est-il un nombre composé ? Justifier

1.5 Opérations sur les fractions

Définition

Deux fractions sont égales **si et seulement si** le produit du numérateur de la première fraction par le dénominateur de la deuxième est égal au produit du dénominateur de la première fraction par le numérateur de la deuxième (produit en croix).

Autrement dit :

$$\text{Pour tout } a, c \in \mathbb{Z} \text{ et } b, d \in \mathbb{Z}^* : \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Exemple $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ car $4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$

Remarque On dit aussi que $\frac{4}{6}$ est proportionnelle à $\frac{6}{9}$.

Les 4 opérations sur les fractions sont :

	Pour tout $a, c \in \mathbb{Z}$ et $b, d \in \mathbb{Z}^*$:	Exemples :
<i>addition</i>	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{35 + 12}{21} = \frac{47}{21}$
<i>soustraction</i>	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{5}{3} - \frac{4}{7} = \frac{35 - 12}{21} = \frac{23}{21}$
<i>multiplication</i>	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{20}{21}$
<i>division</i>	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{5}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{35}{12}$

Définitions

- 1) *Simplifier une fraction*, c'est diviser son numérateur et son dénominateur par le même nombre entier non nul.
- 2) *Une fraction est appelée irréductible* lorsqu'il n'est plus possible de la simplifier, sinon on l'appelle *réductible*.

Exemple $\frac{6}{4} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2}$ donc $\frac{3}{2}$ est irréductible mais $\frac{6}{4}$ est réductible.

Remarques $\frac{0}{0}$, ainsi que tous les nombres de la forme $\frac{a}{0}$ (où $a \in \mathbb{R}^*$) ne sont pas définis.

Ce ne sont pas des nombres réels.

Exercice 11

Rendre irréductible les fractions suivantes : a) $\frac{48}{60}$ b) $\frac{18}{45}$ c) $\frac{70}{140}$ d) $\frac{21000}{56000}$

Exercice 12

Compléter les égalités suivantes : a) $\frac{15}{6} = \frac{\dots}{12} = \frac{\dots}{2} = \frac{\dots}{10}$ b) $\frac{12,1}{0,4} = \frac{\dots}{1,2} = \frac{6,05}{\dots} = \frac{121}{\dots}$

Exercice 13

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier.

1) $\frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{1 - 6} =$

2) $\frac{5}{6} \div \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4} \right) =$

3) $\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8} =$

4) $\frac{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}} =$

5) $\left[\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{276}{-15} \right] \div \left[\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{276}{-15} \right] =$

6) $\left(\frac{2}{5} \div 3 \right) \div \left(\frac{2}{5} + 3 \right) =$

7) $\frac{121}{77} \cdot \frac{69}{92} =$

8) $-\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$

9) $\frac{1}{2 - \frac{5}{2 + \frac{1}{2}}} =$

10) $\frac{-4 \cdot (2 - 5)}{(-4) + (-3) \cdot (-1)} =$

11) $\frac{-\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)} =$

12) $\frac{-\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4} \right)}{-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4} \right)} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) + \left(-\frac{1}{4} \right) =$

13) $\frac{45}{18} \cdot \frac{70}{140} =$

14) $\frac{60}{48} \cdot \frac{18}{45} =$

Exercice 14

Exprimer en fractions d'heures les quantités suivantes (fraction irréductible).

a) 75 minutes

b) 55 minutes

c) 90 minutes

d) 666 minutes

e) 30 secondes

f) 18 minutes et 30 secondes

g) 1 seconde

Exercice 15

Lors d'une élection, il y avait 41'751 inscrits, 22'159 votants et M. X a obtenu 12'826 voix.

a) Donner le résultat de M. X en pourcentage des votants, puis en pourcentage des inscrits.

b) Donner le pourcentage d'abstention.

Exercice 16

Un constructeur automobile décide d'augmenter, le *1^{er} juillet 2001*, le prix de tous ses modèles de 2 % .

a) Le prix d'un modèle le *30 juin 2001* était de *10'300 €*.

Quel est son nouveau prix le *1^{er} juillet 2001* ?

b) Le prix d'un modèle le *30 juin 2001* était de *17'150 €*.

Quel est son nouveau prix le *1^{er} juillet 2001* ?

Exercice 17

Un magasin de vêtements décide de faire une réduction à la caisse de *17%* sur tous ses articles restants en stock.

Si le rabais sur un pantalon est de *15 €*, quel est le prix payé à la caisse par le client ?

Exercice 18

Un article sur lequel on a octroyé un rabais de *15%* coûte *50 Fr.*

Combien coûtait l'article avant la remise ?

1.6 Puissances entières

Définition (Puissances à exposants dans \mathbb{N}^*)

Si a est un nombre réel $\in \mathbb{R}$ et n un entier naturel non nul $\in \mathbb{N}^*$, alors on définit:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ facteurs}} \quad (\text{produit de } n \text{ facteurs de } a)$$

Exemples $3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ facteurs}}$ $\left(\frac{7}{2}\right)^3 = \frac{7}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ facteurs}}}$

Voyez la ressemblance avec : $n \cdot a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ fois}}$ (somme de n termes de a), mais sans confondre !

Par exemple : $3 \cdot 4 = \underbrace{4 + 4 + 4}_{3 \text{ fois}}$

Définition / convention (Puissances à exposants dans \mathbb{Z})

Si $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$ (0^0 n'est pas défini)

Si a est un nombre réel non nul $\in \mathbb{R}^*$ et n un entier naturel non nul $\in \mathbb{N}^*$,

alors
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ facteurs}}}$$

Exemples $5^0 = 1$ $7^0 = 1$ $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ facteurs}}}$ $\left(\frac{7}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{7}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ facteurs}}}}$

Propriétés des puissances entières

Quels que soient les nombres réels a et b non nuls $\in \mathbb{R}^*$ et les entiers relatifs n et $m \in \mathbb{Z}$, on a:

	Exemples :
1) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$
2) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
3) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4$
4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$
5) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1$

Remarque En général : $(a + b)^n \neq a^n + b^n$

Exercice 19

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier.

1) $5^3 \cdot 5^2 =$

2) $7 \cdot 7^2 =$

3) $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$

5) $(-1)^5 \cdot (-1)^7 =$

6) $10^4 \cdot 10^{-1} =$

7) $3^7 \cdot 3^{-5} =$

8) $(2^2)^3 =$

9) $\left((-1)^{11}\right)^{11} =$

10) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{3}\right)^5 =$

11) $\frac{2^{13}}{2^{10}} =$

12) $(-2,5)^2 \div (-2,5) =$

13) $\frac{5^7}{5^7} =$

14) $4^5 \cdot 4^{-5} =$

15) $(6^7)^0 =$

16) $-5^3 =$

17) $(-5)^3 =$

18) $(-0.01)^2 =$

19) $-(-10)^3 =$

20) $7^0 =$

21) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 =$

22) $\left(-\frac{5}{2}\right)^4 =$

23) $\left(-\frac{7}{3}\right)^2 =$

24) $(10^2)^3 =$

25) $10^{-2} \cdot 10^{-2} =$

26) $(10^6)^0 =$

27) $10^2 + 10^4 \cdot 10^{-5} =$

28) $0,01 \cdot 0,001 \cdot 10^6 =$

29) $\frac{10^9}{10^7} =$

30) $\frac{1}{(0,01)^3} =$

31) $-4^{-3} =$

32) $(-2)^{-3} =$

33) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} =$

34) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4 =$

35) $\frac{5^6 \cdot 2^6}{100'000} =$

36) $\frac{(-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^4}{(-2)^2 - (-2)^3 - 2^4} =$

37) $-0^7 =$

38) $(-1)^{157845} =$

39) $(-1)^{157846} =$

40) $3^2 \cdot (3^2 + 3^4) =$

41) $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^5}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} =$

42) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 \div \left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^4 =$

Exercice 20

On donne les calculs suivants :

a) $\frac{63}{4^3} + 2^{-6} = \frac{63}{4^3} + \frac{1}{2^6} = \frac{63}{(2 \cdot 2)^3} + \frac{1}{2^6} = \frac{63}{2^3 \cdot 2^3} + \frac{1}{2^6} = \frac{63}{2^6} + \frac{1}{2^6} = \frac{63 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{2^6} = \frac{64}{2^6} = \frac{64}{64} = 1$

b) $\frac{2^{11}}{4^3} \cdot 2^{-5} = \frac{2^{11}}{4^3} \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{2^{11}}{(2 \cdot 2)^3} \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{2^{11}}{2^3 \cdot 2^3} \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{2^{11}}{2^6} \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{2^{11} \cdot 1}{2^6 \cdot 2^5} = \frac{2^{11}}{2^6 \cdot 2^5} = \frac{2^{11}}{2^{11}} = 1$

Justifier précisément chacune des égalités ci-dessus.

1.7 Notation scientifique

Rappels sur les puissances de 10

..... $10^{-3} = 0,001$; $10^{-2} = 0,01$; $10^{-1} = 0,1$; $10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$

La notation scientifique

Tout nombre réel a positif ($\in \mathbb{R}_+^*$) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$a = c \cdot 10^n \quad \text{avec} \quad 1 \leq c < 10 \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Exemples

$$0,00008784 = 8,784 \cdot 10^{-5} \quad \text{avec} \quad 1 \leq c = 8,784 < 10 \quad \text{et} \quad n = -5 \in \mathbb{Z}$$

$$25000 = 2,5 \cdot 10^4 \quad \text{avec} \quad 1 \leq c = 2,5 < 10 \quad \text{et} \quad n = 4 \in \mathbb{Z}$$

Remarques

L'écriture scientifique, est une écriture compacte et donne un ordre de grandeur aux quantités. Elle est donc particulièrement utile lorsqu'il s'agit d'écrire de très grands nombres ou de très petits nombres. Elle est aussi présente sur les calculatrices.

Illustrations

- La distance de la Terre à la Saturne est d'environ 1'270'000'000 Km, elle peut aussi s'écrire en notation scientifique : $1,27 \cdot 10^9$ Km .
- La masse d'un atome d'oxygène est de 0,000 000 000 000 000 000 026 grammes, ce qui s'écrit en notation scientifique : $2,6 \cdot 10^{-23}$ grammes .

Exercice 21 Quelle est l'écriture décimale de : (Sans calculatrice !)

a) 10^3

b) 10^6

c) 10^8

d) 10^0

e) $2,4 \cdot 10^{-5}$

f) $0,7896 \cdot 10^7$

g) $2345 \cdot 10^{-5}$

h) $12 \cdot 10^3$

i) $2,15 \cdot 10^5$

j) $3,17 \cdot 10^{-4}$

k) $0,0078 \cdot 10^2$

l) $657,1247 \cdot 10^{-1}$

m) $147,8 \cdot 10^6$

n) $2,6701 \cdot 1000 \cdot 10^7$

Exercice 22 Combien faudrait-il de chiffres pour écrire $\left((10^{10})^{10}\right)^{10}$ sous forme décimale ?

Exercice 23

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse en **notation scientifique**.

Exemple : $5'000'000 = 5 \cdot 10^6$

- | | |
|---|--|
| a) $31 \cdot 10^5$ | i) $2000 \cdot 0,03 \cdot 40 \cdot 0,00002 \cdot 10$ |
| b) $12 \cdot 10^{-7}$ | j) $0,1 \cdot 300 \cdot 0,006 \cdot 30 \cdot 0,2$ |
| c) $0,05 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2}$ | k) $50 \cdot 0,02 \cdot 3000 \cdot 0,2 \cdot 70$ |
| d) $131 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-5}$ | l) $0,01 \cdot 50 \cdot 0,2 \cdot 600 \cdot 0,0008$ |
| e) $17 \cdot 10^5 \cdot 10^8 \cdot 10^{-10}$ | m) $4000 \cdot 0,3 \cdot 70 \cdot 0,02 \cdot 2,5$ |
| f) $3 \cdot 2,4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{15}$ | n) $3000 \cdot 0,01 \cdot 20 \cdot 0,0003 \cdot 400$ |
| g) $0,12 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{12}$ | o) $0,025 \cdot 20 \cdot 0,3 \cdot 70000 \cdot 0,04$ |
| h) $100 \cdot 10 \cdot 10000 \cdot 78 \cdot 10^5 \cdot 0,001 \cdot 0,1$ | p) $0,07 \cdot 3000 \cdot 0,002 \cdot 0,1 \cdot 50$ |

Exercice 24

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse en **notation scientifique**.

Exemple : $\frac{10'000'000 \cdot 18'000}{90'000'000} = \frac{10^7 \cdot 18 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^7} = 2 \cdot 10^3$

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\frac{(4 \cdot 10^7) \cdot (15 \cdot 10^{-8})}{0,006}$ | b) $\frac{(5 \cdot 10^{16}) \cdot (2 \cdot 10^{-12})^2}{200}$ | c) $\frac{0,056 \cdot 10^8}{(7 \cdot 10^{-16}) \cdot (8 \cdot 10^{12})}$ |
| d) $\frac{(4 \cdot 10^8) \cdot (12 \cdot 10^{-12})}{0,048}$ | e) $\frac{(5 \cdot 10^{-16}) \cdot (2 \cdot 10^{-12})^2}{200}$ | f) $\frac{45 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot (5 \cdot 10^{-2})}$ |
| g) $\frac{25 \cdot 10^{27} \cdot 4 \cdot 10^{11}}{10^{-12}}$ | h) $\frac{300'000 \cdot 0,000'0006}{1'000 \cdot 0,002}$ | i) $\frac{0,00012}{60'000 \cdot 200}$ |
| j) $\frac{0,06 \cdot 0,0001}{0,00003 \cdot 400}$ | k) $\frac{16'000 \cdot 0,0002 \cdot 1,2}{2'000 \cdot 0,006 \cdot 0,032}$ | l) $\frac{3,146 \cdot 31,46}{0,000'3146}$ |

Exercice 25

Le 21 août 1989, la sonde Voyager II arriva à proximité de la planète Neptune.

Cette planète se trouve alors à 4,5 milliards de kilomètres de la Terre.

Les signaux envoyés par la sonde arrivent à la vitesse de la lumière (300'000 km/s).

Combien ont-ils mis de temps pour parvenir jusqu'aux antennes de réception situées sur la Terre ?

- a) Réponse en seconde et avec la notation scientifique.
b) Réponse en heures / minutes .

1.8 Racines carrées

Définition

Si a est un nombre réel positif ou nul ($\in \mathbb{R}_+$), alors on définit:

la **racine carrée de a** que l'on note \sqrt{a} , comme le nombre réel **positif** dont le carré est égal à a , autrement dit :

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow a = b^2 \quad (a \text{ et } b \text{ des nombres réels positifs})$$

Exemples

$$\sqrt{4} = 2 \Leftrightarrow 4 = 2^2$$

La racine carrée de 4 vaut 2.

$$\sqrt{9} = 3 \Leftrightarrow 9 = 3^2$$

La racine carrée de 9 vaut 3.

Remarques

1) Le symbole $\sqrt{\quad}$ s'appelle radical.

L'expression sous ce symbole s'appelle le radicande.

2) Insistons sur le fait qu'une racine carrée est par définition un nombre réel positif.

3) La racine carrée d'un nombre réel négatif n'est pas défini dans les réels. ($\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$)

Propriétés de la racine carrée

$$1) \text{ Avec } a \in \mathbb{R}_+ : \quad (\sqrt{a})^2 = a$$

$$2) \text{ Avec } a \in \mathbb{R} : \quad \sqrt{a^2} = |a| \quad \text{valeur absolue de } a \quad \text{et} \quad |a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Exemples 1) $(\sqrt{4})^2 = 4$ 2) $\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$

Propriétés de la racine carrée (suite)

Avec $a, b \in \mathbb{R}_+^*$:

$$3) \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$4) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{pour } b \neq 0$$

$$5) \quad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

$$6) \quad (\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Exemples :

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$$

$$\sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}}$$

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$(\sqrt{2})^4 = \sqrt{2^4}$$

Remarque En général : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exercice 26 *Sans calculatrice !*

a) Calculer : $\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot \dots} = \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots} = \dots \cdot \dots = \dots$

$$\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{4}{\dots}} = \frac{\sqrt{\dots}}{\sqrt{\dots}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

b) Transformer l'écriture de $\sqrt{18}$ en utilisant $\sqrt{2}$:

$$\sqrt{18} = \sqrt{\dots \cdot 2} = \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{2} =$$

c) De l'égalité $576 = 16 \cdot 36$, déduire :

$$\sqrt{576} = \dots\dots\dots$$

d) En vous inspirant des exercices précédents, calculer :

$$\sqrt{27} ; \sqrt{75} ; \sqrt{45} ; \sqrt{\frac{16}{9}} ; \sqrt{\frac{25}{10}} ; \sqrt{\frac{18}{50}} .$$

Exercice 27

Calculer les racines suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier.

Exemple : $\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = 3 \cdot 10 = 30$

- | | | | | |
|--------------------------------|---|--------------------------------|---|--|
| 1) $\sqrt{169} =$ | 2) $\sqrt{0,25} =$ | 3) $\sqrt{9} =$ | 4) $\sqrt{16} =$ | 5) $\sqrt{25} =$ |
| 6) $\sqrt{64} =$ | 7) $\sqrt{0,16} =$ | 8) $-\sqrt{144} =$ | 9) $\sqrt{-144} =$ | 10) $\sqrt{0,0001} =$ |
| 11) $\sqrt{\frac{900}{49}} =$ | 12) $\sqrt{10 \cdot 10^3 \cdot 10^2} =$ | 13) $\sqrt{\frac{625}{121}} =$ | 14) $\sqrt{\frac{81}{36}} =$ | 15) $\sqrt{\frac{1}{-1}} =$ |
| 16) $\sqrt{\frac{144}{121}} =$ | 17) $\sqrt{\frac{-16}{-36}} =$ | 18) $\sqrt{\frac{1}{169}} =$ | 19) $\sqrt{\frac{225}{81}} =$ | 20) $-\sqrt{\frac{400}{900}} =$ |
| 21) $(\sqrt{256})^2 =$ | 22) $\sqrt{(-256)^2} =$ | 23) $(\sqrt{2})^{10} =$ | 24) $(\sqrt{3})^{-6} =$ | 25) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-6} =$ |
| 26) $\sqrt{9^5} =$ | 27) $\sqrt{256^3} =$ | 28) $(\sqrt{3})^6 =$ | 29) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4 =$ | 30) $(\sqrt{2045})^0 =$ |

Exercice 28

Simplifier les expressions suivantes, de manière à ce que le nombre sous le radical soit « le plus petit possible » :

Exemple : $\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5}$

\uparrow \uparrow \uparrow
Décomposition $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{a^2} = |a|$
en facteur premier

- a) $\sqrt{28}$ b) $\sqrt{1260}$ c) $\sqrt{1200}$ d) $\sqrt{162}$

Exercice 32

Simplifier les expressions suivantes, de manière à ce que le nombre sous le radical soit « le plus petit possible » :

a) $\frac{-0 - \sqrt{144}}{2 \cdot 4}$

b) $\frac{-1 + \sqrt{1+4 \cdot 20}}{2 \cdot 1}$

c) $\frac{-7 - \sqrt{49 - 48}}{2 \cdot 1}$

d) $\frac{-2 + \sqrt{20}}{2}$

e) $\frac{-(-4) - \sqrt{0}}{2 \cdot 4}$

f) $\frac{-(-4) + \sqrt{36}}{2 \cdot 5}$

g) $\frac{6 + \sqrt{24}}{2 \cdot 3}$

h) $\frac{0 + \sqrt{28}}{2 \cdot 1}$

i) $\left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)$

j) $\left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

k) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{20}}{\sqrt{50}}$

l) $\frac{\sqrt{24} + \sqrt{18}}{\sqrt{30}}$

Exercice 33 *Sans calculatrice !*

Encadrer les racines suivantes entre deux entiers consécutifs.

a) $< \sqrt{14} <$

b) $< \sqrt{3} <$

c) $< \sqrt{7} <$

d) $< \sqrt{26} <$

e) $< \sqrt{102} <$

f) $< \sqrt{27,8} <$

g) $< \sqrt{20,25} <$

h) $< \sqrt{102,01} <$

i) $< -\sqrt{162,56} <$

j) $< \sqrt{54,76} <$

Exercice 34

a) Résoudre les équations suivantes.

1) $x^2 = 7$

2) $x^2 = -1$

3) $x^2 = \frac{1}{3}$

4) $x^2 = 0$

5) $x^2 = -7$

b) Indiquer le nombre de solutions des équations suivantes : Justifier.

1) $x^2 = a$ si $a < 0$

2) $x^2 = a$ si $a = 0$

3) $x^2 = a$ si $a > 0$

1.9 Révision générale

Indications générales

Utiliser les propriétés ainsi que les conventions sur les puissances et les racines.
Les exercices précédents peuvent vous aider !!

Exercice 35

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier.

$$1) -2^3 + 7 \cdot (4+6)^2 + \sqrt{36} =$$

$$2) 4^3 + 2^3 \cdot 5^2 + 10 \cdot (2-3)^5 =$$

$$3) (10+11) \cdot (7-14)^0 + \sqrt{121} =$$

$$4) \sqrt{12+3 \cdot (4+5)} - 3 =$$

$$5) \sqrt{25-16} + 12 \cdot (7-4)^2 - 17 =$$

$$6) 256 - 4 \cdot (\sqrt{25} + 2^4 - \sqrt{144}) =$$

$$7) \left[-\frac{2}{3} - (-2) \right]^2 =$$

$$8) \left(\frac{1}{5} \right)^3 - \left(-\frac{1}{5} \right)^2 =$$

$$9) \left[3 - \frac{11}{3} \right]^2 =$$

$$10) \left[5 - \frac{5}{2} + \left(-\frac{5}{3} \right) \right]^2 =$$

$$11) \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}}} =$$

$$12) \sqrt[3]{-\frac{8}{64}} \cdot \left(\frac{2}{8} + \frac{4}{2} \right) =$$

$$13) -\left(\frac{2}{9} \right)^2 + \frac{3}{9} \cdot 4 + \left(-\frac{1}{3} \right)^3 =$$

$$14) -4^2 + (7 - 2 \cdot 3^2)^2 + 4 \cdot 0 =$$

$$15) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{8} \right) \cdot I^5 =$$

$$16) \left(-\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) - \left(\frac{5}{2} \right)^2 \div \frac{10}{3} =$$

$$17) \left(\frac{1}{2} \right)^3 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)^2 =$$

$$18) \left(\frac{6}{8} - \frac{3}{9} + \frac{64}{72} \right)^0 =$$

$$19) \left[\left(\frac{6}{7} \right)^2 \cdot \frac{2}{21} \right] \div \left(\frac{2}{7} \right)^3 =$$

$$20) \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{(1-6)^2} =$$

$$21) \frac{5 - 2 \cdot (-7+3)}{-2^6 - (-2)^5} =$$

$$22) \left(\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}} \right) \div \left(\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{9}} \right) =$$

Exercice 36

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse la plus simple possible.

1) $\sqrt{128} + \sqrt{8} - \sqrt{32} =$

2) $\sqrt{20} - \sqrt{125} - \sqrt{245} =$

3) $3 \cdot \sqrt{27} + 5 \cdot \sqrt{108} - \sqrt{147} - \sqrt{3} =$

4) $2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{\frac{2}{27}} =$

5) $\left(\frac{1}{3^2}\right)^3 - 3 \cdot \sqrt{3} =$

6) $\sqrt{(5^2)^3} =$

7) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{15} =$

8) $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{105}} =$

9) $\sqrt{9 - \sqrt{32}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{32}} =$

10) $\sqrt{\sqrt{7} - 2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{7}} =$

11) $\sqrt{\frac{7}{25} + \sqrt{\frac{33}{25^2}}} \cdot \sqrt{\frac{7}{25} - \sqrt{\frac{33}{25^2}}} =$

12) $(\sqrt{3} + 4)^2 =$

13) $(\sqrt{8} + \sqrt{18})^2$

Exercice 37

Vrai ou faux ? Justifier

a) $0^4 = 1$

b) $3^0 = 1$

c) $2^{534} + 2^{11173} = 2^{11707}$

d) $(1111111111111111)^2 + (1111111111111111)^2 = (22222222222222)^2$

Exercice 38

Écrire à l'aide des puissances de 10, puis effectuer le calcul sans calculatrice.

1) $2000 \cdot 0,03 \cdot 40 \cdot 0,00002 \cdot 10$

2) $0,1 \cdot 300 \cdot 0,006 \cdot 30 \cdot 0,2$

3) $50 \cdot 0,02 \cdot 3000 \cdot 0,2 \cdot 70$

4) $0,01 \cdot 50 \cdot 0,2 \cdot 600 \cdot 0,0008$

5) $4000 \cdot 0,3 \cdot 70 \cdot 0,02 \cdot 2,5$

6) $0,6 \cdot 500 \cdot 0,25 \cdot 30 \cdot 0,004$

Exercice 39

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier.

1) $\frac{5}{12} + \frac{1}{3} + \frac{17}{4}$

2) $-0,4 + (-1) - \left(+\frac{9}{4}\right)$

3) $\left(+\frac{11}{18}\right) + \left(-\frac{5}{42}\right) + \left(-\frac{8}{63}\right)$

4) $\left(-\frac{48}{72}\right) \cdot \left(-\frac{60}{75}\right)$

5) $\left(-\frac{3}{14}\right) - \left(+\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

6) $\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{2}\right)^2$

7) $\frac{185}{222} \cdot \frac{57}{95}$

8) $\left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

9) $\frac{16}{12} + \frac{6}{36}$

10) $\left(\frac{3}{5} - \frac{25}{9}\right)^0$

11) $\frac{-1 + \frac{1}{2}}{0,3 + \frac{1}{10}}$

12) $\sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}}$

13) $-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$

14) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{6}\right)^2 \cdot (-2)$

15) $\sqrt{10^4} + (0,1)^2$

16) $\left(-\frac{12}{25}\right) \cdot (-6) \cdot \left(+\frac{55}{36}\right)$

17) $\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{4}\right) - \left(-1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{4}$

18) $\frac{\frac{4}{9} - 4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 4}{-\frac{8}{27} - 6 \cdot \frac{4}{9}}$

19) $\frac{49 \cdot (-2)^5 \cdot (-3)^{-2}}{-7^3 \cdot 16 \cdot 3^{-3}}$

20) $\frac{9^3 \cdot 3^4}{81^2}$

21) $\frac{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^4}$

22) $\left(\frac{64 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-9}}\right)^{\frac{1}{2}}$

23) $(-2)^{-3} - \frac{4^2 \cdot 5^2}{2^6} + \frac{1}{2^4}$

24) $\frac{3^{-2} - 2 \cdot 4^{-1}}{\frac{3}{2^3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}$

Exercice 40

Effectuer les opérations suivantes *sans avoir recours à une calculatrice* et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier.

$$1) (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$$

$$2) \sqrt{8} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{32}} \right)$$

$$3) (1,25)^2 - \sqrt{12,5} \cdot \sqrt{0,125}$$

$$4) \sqrt{\frac{16}{81}} + \frac{5}{6} \div \left(\frac{5}{27} \cdot \sqrt{\frac{27}{12}} \right)$$

$$5) \frac{1}{3} \cdot \sqrt{8 \cdot 27} - (2,5)^2 \div 100$$

$$6) \sqrt{2} \cdot (\sqrt{18} + \sqrt{32})$$

$$7) \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{8 + 4\sqrt{3}}$$

$$8) (\sqrt{27} + 2\sqrt{3})^2$$

$$9) (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{5})$$

Exercice 41

Simplifier un maximum les expressions suivantes.

$$1) \sqrt{2} + 3\sqrt{8} - 6\sqrt{50}$$

$$2) \sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$3) \frac{2 \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{75}}{\sqrt{35} \cdot \sqrt{20}}$$

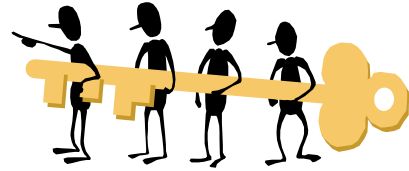
$$4) (2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2$$

$$5) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}}}$$

$$6) \sqrt{\frac{2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6}{5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2}}$$

1.10 Corrections des exercices

Correction exercice 1



a)

$$3,456 = \frac{3456}{1000} = \frac{1728}{500} = \frac{864}{250} = \frac{432}{125}$$

Indivisible par 5
↓
↑
Seulement divisible par 5

b)

$$33,68 = \frac{3368}{100} = \frac{842}{25}$$

Indivisible par 5
↓
↑
Seulement divisible par 5

c)

$$0,0006 = \frac{6}{10000} = \frac{3}{5000} \leftarrow \text{Indivisible par 3}$$

d)

$$458,5 = \frac{4585}{10} = \frac{917}{2}$$

Indivisible par 2
↓
↑
Seulement divisible par 2

Correction exercice 2

a)

$$\begin{array}{r} 8 \\ 5 \\ \hline 30 \\ 30 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 5 \\ \hline 1,6 \end{array} \right.$$

b)

$$\begin{array}{r} 508 \\ 495 \\ \hline 130 \\ 0 \\ \hline 1300 \\ 1155 \\ \hline 1450 \\ 1320 \\ \hline 1300 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 165 \\ \hline 3,0\overline{78} \end{array} \right.$$

Périodicité

c)

$$\begin{array}{r} 1728 \\ 1728 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 12 \\ \hline 144 \end{array} \right.$$

d)

$$\begin{array}{r} 4 \\ 0 \\ \hline 40 \\ 36 \\ \hline 40 \\ 36 \\ \hline 40 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 12 \\ \hline 0,3 \end{array} \right.$$

Périodicité

Que constate-t-on ? Tous ces nombres ont soit un développement décimal **fini**, soit un développement décimal **illimité périodique**.

Correction exercice 3

\mathbb{N} = Ensemble des entiers naturels

\mathbb{Z} = Ensemble des entiers relatif

\mathbb{Q} = Ensemble des nombres rationnels

\mathbb{R} = Ensemble des nombres réels

Correction exercice 4

$$\begin{array}{cccc}
 0,3\bar{7} \in \mathbb{Q} & \sqrt{25} \in \mathbb{N} & \frac{6}{2} \in \mathbb{N} & \sqrt{-16} \notin \mathbb{Z} \\
 -2,5 \notin \mathbb{Z} & \sqrt{-25} \notin \mathbb{R} & \sqrt{\frac{3}{4}} \in \mathbb{R} & \sqrt{0,01} \in \mathbb{Q} \\
 0 \in \mathbb{R} & -\sqrt{25} \notin \mathbb{N} & 5 \in \mathbb{Z} & 1,2\bar{3}4 \in \mathbb{R}
 \end{array}$$

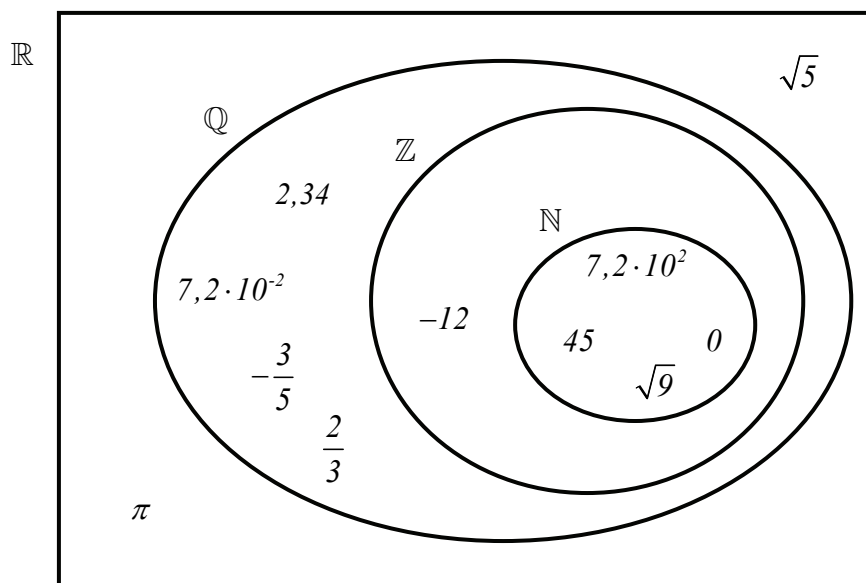
Remarques

$$\sqrt{25} = 5 \quad -\sqrt{25} = -5 \quad \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \leftarrow \in \mathbb{R} \quad \frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3 \quad \sqrt{0,01} = 0.1$$

$$\sqrt{-16} = \sqrt{-1 \cdot 16} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{-1} \cdot 4 \quad \text{IDEM: } \sqrt{-25} = \sqrt{-1 \cdot 25} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{-1} \cdot 5$$

\uparrow $\notin \mathbb{R}$ $\notin \mathbb{Z}$ \uparrow $\notin \mathbb{R}$

Correction exercice 5

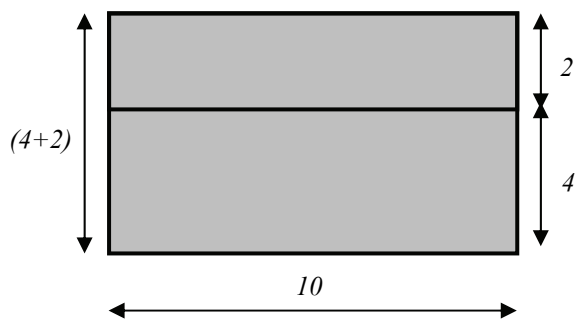


Remarques : $-\frac{3}{5} = \frac{-3}{5}$ $\sqrt{9} = 3$ $7,2 \cdot 10^{-2} = 0.072$ $7,2 \cdot 10^2 = 720$

Correction Exercice 6

$$\sqrt{5} ; 2 \cdot \sqrt{5} ; 3 \cdot \sqrt{5} ; 4 \cdot \sqrt{5} ; 5 \cdot \sqrt{5} ; 6 \cdot \sqrt{5} ; 7 \cdot \sqrt{5} ; 8 \cdot \sqrt{5} ; 9 \cdot \sqrt{5} ; 10 \cdot \sqrt{5}$$

Correction exercice 7 (Illustration géométrique de la distributivité simple)



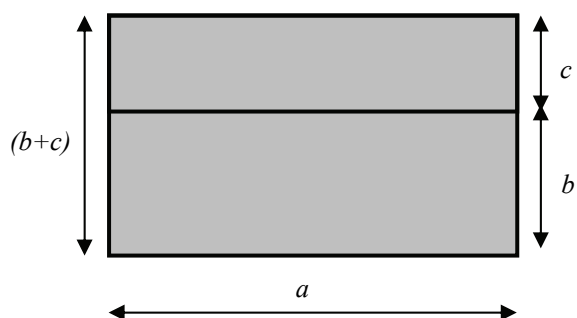
1ère méthode : $10 \cdot 4 + 10 \cdot 2$

2ème méthode : $10 \cdot (4 + 2)$

Conclusion :

$10 \cdot 4 + 10 \cdot 2 = 10 \cdot (4 + 2)$

Avec a , b et c des nombres réels quelconques :

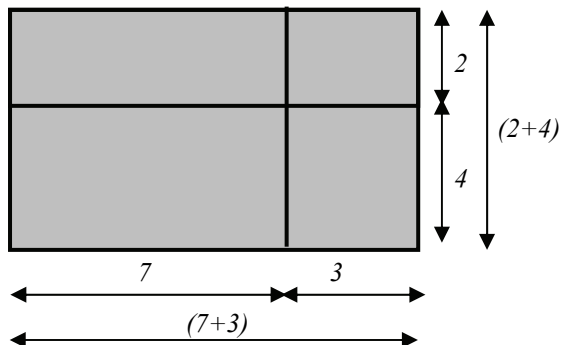


1ère méthode : $a \cdot b + a \cdot c$

2ème méthode : $a \cdot (b + c)$

Conclusion : $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

Correction exercice 8 (Illustration géométrique de la double distributivité)



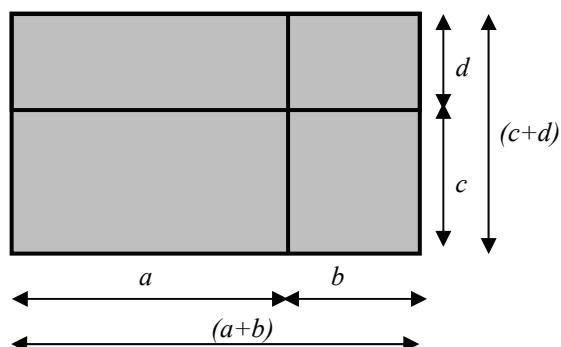
1ère méthode : $(7 + 3) \cdot 4 + (7 + 3) \cdot 2$

2ème méthode : $(7 + 3) \cdot (2 + 4)$

Conclusion :

$(7 + 3) \cdot 4 + (7 + 3) \cdot 2 = (7 + 3) \cdot (4 + 2)$

Avec a , b , c et d des nombres réels quelconques :



1ère méthode : $(a + b) \cdot c + (a + b) \cdot d$

2ème méthode : $(a + b) \cdot (c + d)$

Conclusion :

$(a + b) \cdot c + (a + b) \cdot d = (a + b) \cdot (c + d)$

Correction exercice 9

- a) $(5 + 3 \cdot 17) - (6 - 3) \cdot 4 = (5 + 51) - 3 \cdot 4 = 56 - 3 \cdot 4 = 56 - 12 = \boxed{44}$
- b) $[5 + 6 \cdot (12 - 4 \cdot 2)] \cdot 3 - 3 = [5 + 6 \cdot (12 - 8)] \cdot 3 - 3 = [5 + 6 \cdot 4] \cdot 3 - 3 = [5 + 24] \cdot 3 - 3 = 29 \cdot 3 - 3 = 87 - 3 = \boxed{84}$
- c) $49 \div (15 - 2 \cdot 4) + 3 - 2 \cdot 5 = 49 \div (15 - 8)^2 + 3 - 2 \cdot 5 = 49 \div 7^2 + 3 - 2 \cdot 5 = 1 + 3 - 10 = 4 - 10 = \boxed{-6}$
- d) $2 \cdot 5 + 150 \div (2 + 3) + 12 \cdot 4 + 7 \cdot 8 = 2 \cdot 5 + 150 \div 5 + 12 \cdot 4 + 7 \cdot 8 = 10 + 30 + 48 + 56 = \boxed{144}$
- e) $(5 + 6) \cdot (12 - 4 \cdot 2) \cdot \underbrace{(3 - 3)}_{=0} = \boxed{0}$
- f) $((10 \cdot 4 - 20) \cdot 2 - 20)^2 = ((40 - 20) \cdot 2 - 20)^2 = (20 \cdot 2 - 20)^2 = (40 - 20)^2 = 20^2 = \boxed{400}$
- g) $(5 + 6) \cdot 12 - 4 \cdot 2 \cdot 3 - 3 = 11 \cdot 12 - 4 \cdot 2 \cdot 3 - 3 = 132 - 8 \cdot 3 - 3 = 132 - 24 - 3 = 108 - 3 = \boxed{105}$
- h) $(13 + 7) \cdot 5 - 7 \cdot 8 + 2 \cdot (4 - 3)^3 = 20 \cdot 5 - 7 \cdot 8 + 2 \cdot 1^3 = 100 - 56 + 2 = 44 + 2 = \boxed{46}$
- i) $36 + 6 \div 2 - (4 \cdot 3 + 7) = 36 + 6 \div 2 - (12 + 7) = 36 + 6 \div 2 - 19 = 36 + 3 - 19 = 39 - 19 = \boxed{20}$
- j) $3 \cdot (5 + 2 \cdot (6 - (4 + 1)) + 3 + 2 \cdot 4) + 5 = 3 \cdot (5 + 2 + 3 + 8) + 5 = 3 \cdot 18 + 5 = 54 + 5 = \boxed{59}$

Correction exercice 10

a) Divisions successives :

28	2
14	2
7	7
1	

$$\Rightarrow 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$$

1200	2
600	2
300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$$\Rightarrow 1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$$

162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$$\Rightarrow 162 = 2 \cdot 3^4$$

1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$$\Rightarrow 1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

b) 61 n'est pas un nombre composé car il est premier (il n'est divisible que par 1 et lui-même).

Correction exercice 11

$$\text{a) } \frac{48}{60} = \frac{2^4 \cdot 3}{2^2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{2^2}{5} = \boxed{\frac{4}{5}}$$

$$\text{b) } \frac{18}{45} = \frac{2 \cdot 3^2}{5 \cdot 3^2} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$\text{c) } \frac{70}{140} = \frac{7}{14} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\text{d) } \frac{21000}{56000} = \frac{21}{56} = \frac{3 \cdot 7}{2^3 \cdot 7} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

Correction exercice 12

$$\text{a) } \frac{15}{6} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = \frac{25}{10}$$

$$\text{b) } \frac{12,1}{0,4} = \frac{36,3}{1,2} = \frac{6,05}{0,2} = \frac{121}{4}$$

Correction exercice 13

$$\text{1) } \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{1-6} = \frac{\frac{2 \cdot 2 - 3 \cdot 3}{3 \cdot 2}}{-5} = \frac{\frac{-5}{6}}{-5} = \frac{-\cancel{5} \cdot 1}{6 \cdot -\cancel{5}} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 1} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

$$\text{2) } \frac{5}{6} \div \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4} \right) = \frac{5}{6} \div \frac{4 \cdot 4 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{5}{6} \div \frac{25}{12} = \frac{\cancel{5} \cdot 12}{6 \cdot \cancel{25}} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$\text{3) } \left(\frac{\cancel{1}}{3} \cdot \frac{7}{\cancel{2}} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \left(\frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 2} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \left(\frac{7}{6} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{3}}{\cancel{6} \cdot \cancel{4}} - \frac{1}{8} = \frac{2}{2} - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

$$\text{4) } \frac{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot 5}{5 \cdot 3} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{5-2}{5}} = \frac{\frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4}}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$\text{5) } \left[\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{276}{-15} \right] \div \left[\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{276}{-15} \right] = \boxed{1} \text{ car le numérateur et le dénominateur sont identiques.}$$

$$\text{6) } \left(\frac{2}{5} \div 3 \right) \div \left(\frac{2}{5} + 3 \right) = \left(\frac{2}{5} \div \frac{3}{1} \right) \div \frac{2+3 \cdot 5}{5} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} \div \frac{17}{5} = \frac{2}{15} \div \frac{17}{5} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{15} \cdot 17} = \frac{2}{3 \cdot 17} = \boxed{\frac{2}{51}}$$

$$\text{7) } \frac{\cancel{121}^{11}}{\cancel{77}^7} \cdot \frac{69}{92} = \frac{11 \cdot 3 \cdot \cancel{23}}{7 \cdot 4 \cdot \cancel{23}} = \frac{11 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \boxed{\frac{33}{28}}$$

$$\text{8) } -\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{5}{6} + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = -\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} = \boxed{-\frac{2}{3}}$$

$$9) \frac{1}{2 - \frac{5}{2 + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2 - \frac{5}{\frac{2 \cdot 2 + 1}{2}}} = \frac{1}{2 - \frac{5}{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{2 - \frac{5 \cdot 2}{5}} = \frac{1}{2 - \frac{\cancel{2} \cdot 2}{1 \cdot \cancel{2}}} = \frac{1}{2 - 2} = \frac{1}{0} \quad (\text{pas de solution dans } \mathbb{R})$$

$$10) \frac{-4 \cdot (2 - 5)}{(-4) + (-3) \cdot (-1)} = \frac{-4 \cdot (-3)}{-4 + 3} = \frac{12}{-1} = \boxed{-12}$$

$$11) \frac{-\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{3 \cdot 2}}{\frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{2 \cdot 3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{-\frac{\cancel{3}}{2} \cdot \frac{-1}{\cancel{2}}}{\frac{5}{\cancel{2}} \cdot \left(-\frac{\cancel{2}}{3}\right)} = \frac{-1 \cdot (-1)}{\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3}} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{1 \cdot 9}{4 \cdot 5} = \boxed{\frac{9}{20}}$$

$$12) \frac{-\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)}{-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{-\frac{11}{12}}{\frac{1}{6}} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{11}{12} \cdot \frac{6}{1} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{4} = \frac{11}{3} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{41}{12}}$$

$$13) \frac{45}{18} \cdot \frac{70}{140} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

$$14) \frac{60}{48} \cdot \frac{18}{45} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{5} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Correction exercice 14

$$a) 75 \text{ minutes} = \frac{75}{60} h = \frac{5}{4} h$$

$$b) 55 \text{ minutes} = \frac{55}{60} h = \frac{11}{12} h$$

$$c) 90 \text{ minutes} = \frac{90}{60} h = \frac{3}{2} h$$

$$d) 666 \text{ minutes} = \frac{666}{60} h = \frac{111}{10} h$$

$$e) 30 \text{ secondes} = \frac{30}{3600} h = \frac{1}{120} h$$

$$f) 18 \text{ minutes et } 30 \text{ secondes} = 18,5 \text{ minutes} = \frac{18,5}{60} h = \frac{37}{120} h$$

$$g) 1 \text{ seconde} = \frac{1}{3600} h$$

Correction exercice 15

a) M. X a obtenu 12'826 voix sur 22'159 votants.

$$\frac{12'826}{22'159} \approx 0,5788 \approx 57,88 \% \quad \text{M. X a un résultat de } 57,88 \% \text{ des votants.}$$

M. X a obtenu 12'826 voix sur 41'751 inscrits.

$$\frac{12'826}{41'751} \approx 0,3072 \approx 30,72 \% \quad \text{M. X a un résultat de } 30,72 \% \text{ des inscrits.}$$

b) Sur 41'751 inscrits il y a eu 22'159 votants et par conséquent $41'751 - 22'159 = 19'592$ abstentions.

$$\frac{19'592}{41'751} \approx 0,4692 \approx 46,92 \% . \quad \text{Il y a eu } 46,92 \% \text{ d'abstention.}$$

Correction exercice 16

a) $10'300 \cdot \frac{2}{100} = 10'300 \cdot 0,02 = 206$

Le prix du modèle le 30 juin 2001 étant de 10'300 €, l'augmentation de 2 % correspond à 206 €.
 $10'300 + 206 = 10'506 \text{ €}$

Le nouveau prix est donc 10'506 €.

b) Pour un modèle coûtant 17'150 € le 30 juin 2001, le nouveau prix peut être obtenu directement en écrivant : $17'150 \cdot 1,02 = 17'493$

Le nouveau prix est donc 17'493 €

Correction exercice 17

$x =$ prix de vente avant réduction. $\frac{17}{100} = \frac{15}{x} \Leftrightarrow x = \frac{15 \cdot 100}{17} = 88,25 \text{ €}$

$\text{Prix payé à la caisse par le client} = 88,25 - 15 = \underline{73,25 \text{ €}}$

Correction exercice 18

$x =$ prix de vente avant réduction. $\frac{85}{100} = \frac{50}{x} \Leftrightarrow x = \frac{50 \cdot 100}{85} \cong 58,8 \text{ Fr.}$

$\text{Prix de vente avant réduction} = \underline{58,8 \text{ Fr.}}$

Correction exercice 19

$$1) 5^3 \cdot 5^2 = 5^{3+2} = 5^5 = \boxed{3125}$$

$$2) 7 \cdot 7^2 = 7^3 = \boxed{343}$$

$$3) \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \boxed{\frac{8}{27}}$$

$$4) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^6}{2^6} = \frac{2^3}{2^6} \cdot \frac{3^6}{3^3} = \frac{3^3}{2^3} = \boxed{\frac{27}{8}}$$

$$5) (-1)^5 \cdot (-1)^7 = (-1)^{12} = \boxed{1}$$

$$6) 10^4 \cdot 10^{-1} = 10^{4+(-1)} = 10^3 = \boxed{1000}$$

$$7) 3^7 \cdot 3^{-5} = 3^{7+(-5)} = 3^2 = \boxed{9}$$

$$8) (2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = \boxed{64}$$

$$9) ((-1)^{11})^{11} = (-1)^{11 \cdot 11} = (-1)^{121} = \boxed{-1}$$

$$10) \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{3}\right)^5 = \left((-1) \cdot \frac{2}{3}\right)^4 \cdot (-1)^5 = (-1)^4 \cdot \frac{2^4}{3^4} \cdot (-1)^5 = -\frac{2^4}{3^4} = \boxed{-\frac{16}{81}}$$

$$11) \frac{2^{13}}{2^{10}} = 2^{13-10} = 2^3 = \boxed{8}$$

$$12) (-2,5)^2 \div (-2,5) = \frac{(-2,5)^2}{(-2,5)} = \boxed{-2,5}$$

$$13) \frac{5^7}{5^7} = 5^0 = \boxed{1}$$

$$14) 4^5 \cdot 4^{-5} = 4^0 = \boxed{1}$$

$$15) (6^7)^0 = 6^0 = \boxed{1}$$

$$16) -5^3 = -(5^3) = \boxed{-125}$$

$$17) (-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = \boxed{-125}$$

$$18) (-0.01)^2 = 0,0001 = \boxed{\frac{1}{10000}}$$

$$19) -(-10)^3 = -(-1000) = \boxed{1000}$$

$$20) 7^0 = \boxed{1}$$

$$21) \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \boxed{\frac{1}{27}}$$

$$22) \left(-\frac{5}{2}\right)^4 = \left((-1) \cdot \frac{5}{2}\right)^4 = (-1)^4 \cdot \frac{5^4}{2^4} = \boxed{\frac{625}{16}}$$

$$23) \left(-\frac{7}{3}\right)^2 = \left((-1) \cdot \frac{7}{3}\right)^2 = (-1)^2 \cdot \frac{7^2}{3^2} = \boxed{\frac{49}{9}}$$

$$24) (10^2)^3 = 10^6 = \boxed{1000000}$$

$$25) 10^{-2} \cdot 10^{-2} = 10^{(-2)+(-2)} = 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \boxed{\frac{1}{10000}}$$

$$26) (10^6)^0 = \boxed{1}$$

$$27) 10^2 + 10^4 \cdot 10^{-5} = 10^2 + 10^{-1} = 100 + \frac{1}{10} = \frac{1000 + 1}{10} = \boxed{\frac{1001}{10}}$$

$$28) 0,01 \cdot 0,001 \cdot 10^6 = 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 10^{-2-3+6} = \boxed{10}$$

$$29) \frac{10^9}{10^7} = 10^{9-7} = 10^2 = \boxed{100}$$

$$30) \frac{1}{(0,01)^3} = \frac{1}{(10^{-2})^3} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^{-(-6)} = 10^6 = \boxed{1000000}$$

$$31) -4^{-3} = -(4^{-3}) = -\left(\frac{1}{4^3}\right) = \boxed{-\frac{1}{64}}$$

$$32) (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \boxed{-\frac{1}{8}}$$

$$33) \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = \boxed{5}$$

$$34) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{4+2-1}{16} = \boxed{\frac{5}{16}}$$

$$35) \frac{5^6 \cdot 2^6}{100000} = \frac{(5 \cdot 2)^6}{10^5} = \frac{10^6}{10^5} = 10^{6-5} = \boxed{10}$$

$$36) \frac{(-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^4}{(-2)^2 - (-2)^3 - 2^4} = \frac{1+1-1}{4+8-16} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$

$$37) -0^7 = (-1) \cdot 0^7 = (-1) \cdot 0 = \boxed{0}$$

$$38) (-1)^{157845} = \boxed{-1} \text{ car } 157845 \text{ est impair.}$$

$$39) (-1)^{157846} = \boxed{1} \text{ car } 157846 \text{ est pair.}$$

$$40) 3^2 \cdot (3^2 + 3^4) = 3^2 \cdot (9 + 81) = 3^2 \cdot 90 = 9 \cdot 90 = \boxed{810}$$

$$41) \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^5}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \boxed{\frac{27}{64}}$$

$$42) \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4}{\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^4} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^{2+4}}{\left(\frac{4}{5}\right)^{2 \cdot 4}} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^6}{\left(\frac{4}{5}\right)^8} = \left(\frac{4}{5}\right)^{6-8} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{1}{\frac{16}{25}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{25}{16} = \boxed{\frac{25}{16}}$$

Correction exercice 20

a)

$$\begin{aligned} \frac{63}{4^3} + 2^{-6} &\stackrel{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}{=} \frac{63}{4^3} + \frac{1}{2^6} \stackrel{\text{décomposition}}{=} \frac{63}{(2 \cdot 2)^3} + \frac{1}{2^6} \stackrel{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}{=} \frac{63}{2^3 \cdot 2^3} + \frac{1}{2^6} = \\ &\stackrel{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}{=} \frac{63}{2^6} + \frac{1}{2^6} \stackrel{\text{dénominateur commun}}{=} \frac{63 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{2^6} \stackrel{\text{addition}}{=} \frac{64}{2^6} \stackrel{\text{déf. puissance}}{=} \frac{64}{64} \stackrel{\text{réduction}}{=} 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{2^{11}}{4^3} \cdot 2^{-5} &\stackrel{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}{=} \frac{2^{11}}{4^3} \cdot \frac{1}{2^5} \stackrel{\text{décomposition}}{=} \frac{2^{11}}{(2 \cdot 2)^3} \cdot \frac{1}{2^5} = \\ &\stackrel{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}{=} \frac{2^{11}}{2^3 \cdot 2^3} \cdot \frac{1}{2^5} \stackrel{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}{=} \frac{2^{11}}{2^6} \cdot \frac{1}{2^5} \stackrel{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}{=} \frac{2^{11}}{2^{11}} \stackrel{\text{réduction}}{=} 1 \end{aligned}$$

Correction exercice 21

a) $10^3 = \boxed{1\ 000}$

h) $12 \cdot 10^3 = \boxed{12\ 000}$

b) $10^6 = \boxed{1\ 000\ 000}$

i) $2,15 \cdot 10^5 = \boxed{215\ 000}$

c) $10^8 = \boxed{100\ 000\ 000}$

j) $3,17 \cdot 10^{-4} = \boxed{0,000\ 317}$

d) $10^0 = \boxed{1}$

k) $0,0078 \cdot 10^2 = \boxed{0,78}$

e) $2,4 \cdot 10^{-5} = \boxed{0,000\ 024}$

l) $657,1247 \cdot 10^{-1} = \boxed{65,712\ 47}$

f) $0,7896 \cdot 10^7 = \boxed{7\ 896\ 000}$

m) $147,8 \cdot 10^6 = \boxed{147\ 800\ 000}$

g) $2345 \cdot 10^{-5} = \boxed{0,023\ 45}$

n) $2,6701 \cdot 10^3 \cdot 10^7 = 2,6701 \cdot 10^{10} = \boxed{26\ 701\ 000\ 000}$

Correction exercice 22

$$\left((10^{10})^{10} \right)^{10} = (10^{10})^{100} = 10^{1000}$$

et $10^2 = 100 \rightarrow 3$ chiffres sous forme décimale

$10^3 = 1000 \rightarrow 4$ chiffres sous forme décimale

↓

$10^{1000} = \dots \rightarrow 1001$ chiffres sous forme décimale

Correction exercice 23

a) $31 \cdot 10^5 = 3,1 \cdot 10^1 \cdot 10^5 = 3,1 \cdot 10^{5+1} = \boxed{3,1 \cdot 10^6}$

b) $12 \cdot 10^{-7} = 1,2 \cdot 10^1 \cdot 10^{-7} = 1,2 \cdot 10^{1-7} = \boxed{1,2 \cdot 10^{-6}}$

c) $0,05 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^{-2+4-2} = \boxed{5 \cdot 10^0}$

d) $131 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-5} = 1,31 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-5} = 1,31 \cdot 10^{2-2-5} = \boxed{1,31 \cdot 10^{-5}}$

e) $17 \cdot 10^5 \cdot 10^8 \cdot 10^{-10} = 1,7 \cdot 10^1 \cdot 10^5 \cdot 10^8 \cdot 10^{-10} = 1,7 \cdot 10^{1+5+8-10} = \boxed{1,7 \cdot 10^4}$

f) $3 \cdot 2,4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{15} = 7,2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{15} = 7,2 \cdot 10^{5-2+15} = \boxed{7,2 \cdot 10^{18}}$

g) $0,12 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{12} = 1,2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{12} = 1,2 \cdot 10^{-1+4-5+12} = \boxed{1,2 \cdot 10^{10}}$

h) $100 \cdot 10 \cdot 10\ 000 \cdot 78 \cdot 10^5 \cdot 0,001 \cdot 0,1 = 10^2 \cdot 10^1 \cdot 10^4 \cdot 7,8 \cdot 10^1 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-1} =$
 $= 7,8 \cdot 10^{2+1+4+1+5-3-1} = \boxed{7,8 \cdot 10^9}$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & 2000 \cdot 0,03 \cdot 40 \cdot 0,00002 \cdot 10 = 2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^1 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^1 = \\ & = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^1 = 48 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^1 = \\ & = 4,8 \cdot 10^1 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^1 = 4,8 \cdot 10^{1+3-2+1-5+1} = \boxed{4,8 \cdot 10^{-1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j)} \quad & 0,1 \cdot 300 \cdot 0,006 \cdot 30 \cdot 0,2 = 1 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^1 \cdot 2 \cdot 10^{-1} = \\ & = 1 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^1 \cdot 10^{-1} = 108 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^1 \cdot 10^{-1} = \\ & = 1,08 \cdot 10^2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^1 \cdot 10^{-1} = 1,08 \cdot 10^{2-1+2-3+1-1} = \boxed{1,08 \cdot 10^0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad & 50 \cdot 0,02 \cdot 3000 \cdot 0,2 \cdot 70 = 5 \cdot 10^1 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-1} \cdot 7 \cdot 10^1 = \\ & = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10^{1-2+3-1+1} = 420 \cdot 10^2 = 4,20 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = \boxed{4,2 \cdot 10^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l)} \quad & 0,01 \cdot 50 \cdot 0,2 \cdot 600 \cdot 0,0008 = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^1 \cdot 2 \cdot 10^{-1} \cdot 6 \cdot 10^2 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = \\ & = 1 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10^{-2+1-1+2-4} = 480 \cdot 10^{-4} = 4,80 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = \boxed{4,8 \cdot 10^{-2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m)} \quad & 4000 \cdot 0,3 \cdot 70 \cdot 0,02 \cdot 2,5 = 4 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot 7 \cdot 10^1 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2,5 = \\ & = 4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot 10^{3-1+1-2} = 420 \cdot 10^1 = 4,20 \cdot 10^2 \cdot 10^1 = \boxed{4,2 \cdot 10^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{n)} \quad & 3000 \cdot 0,01 \cdot 20 \cdot 0,0003 \cdot 400 = 3 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^1 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^2 = \\ & = 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10^{3-2+1-4+2} = \boxed{7,2 \cdot 10^1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{o)} \quad & 0,025 \cdot 20 \cdot 0,3 \cdot 70000 \cdot 0,04 = 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^1 \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot 7 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = \\ & = 2,5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 10^{-2+1-1+4-2} = 420 \cdot 10^0 = 420 = \boxed{4,2 \cdot 10^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{p)} \quad & 0,07 \cdot 3000 \cdot 0,002 \cdot 0,1 \cdot 50 = 7 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^1 = \\ & = 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-2+3-3-1+1} = 210 \cdot 10^{-2} = 2,10 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} = \boxed{2,1 \cdot 10^0} \end{aligned}$$

Correction exercice 24

$$\text{a)} \quad \frac{(4 \cdot 10^7) \cdot (15 \cdot 10^{-8})}{0,006} = \frac{60 \cdot 10^{-1}}{60 \cdot 10^{-4}} = 10^{-1} \cdot 10^4 = 10^{4-1} = 10^3 = 1000 = \boxed{1 \cdot 10^3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{(5 \cdot 10^{16}) \cdot (2 \cdot 10^{-12})^2}{200} = \frac{5 \cdot 10^{16} \cdot 4 \cdot 10^{-24}}{2 \cdot 10^2} = \frac{20 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^2} = 10^1 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-2} = 10^{-9} = \boxed{1 \cdot 10^{-9}}$$

$$\text{c)} \quad \frac{0,056 \cdot 10^8}{(7 \cdot 10^{-16}) \cdot (8 \cdot 10^{12})} = \frac{56 \cdot 10^{-3} \cdot 10^8}{56 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-16}} = \frac{10^5}{10^{-4}} = 10^5 \cdot 10^4 = 10^9 = \boxed{1 \cdot 10^9}$$

$$\text{d)} \quad \frac{(4 \cdot 10^8) \cdot (12 \cdot 10^{-12})}{0,048} = \frac{48 \cdot 10^{-4}}{48 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^{-4}}{10^{-3}} = 10^{-4} \cdot 10^3 = 10^{-1} = \boxed{1 \cdot 10^{-1}}$$

$$\text{e)} \quad \frac{(5 \cdot 10^{-16}) \cdot (2 \cdot 10^{-12})^2}{200} = \frac{20 \cdot 10^{-16} \cdot 10^{-24}}{20 \cdot 10^1} = \frac{10^{-40}}{10^1} = 10^{-40} \cdot 10^1 = 10^{-41} = \boxed{1 \cdot 10^{-41}}$$

$$\text{f)} \quad \frac{45 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot (5 \cdot 10^{-2})} = 3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 = \boxed{3 \cdot 10^{-3}}$$

$$g) \frac{25 \cdot 10^{27} \cdot 4 \cdot 10^{11}}{10^{-12}} = \frac{100 \cdot 10^{27} \cdot 10^{11}}{10^{-12}} = \frac{10^2 \cdot 10^{27} \cdot 10^{11}}{10^{-12}} = \frac{10^{40}}{10^{-12}} = 10^{40} \cdot 10^{12} = 10^{52} = \boxed{1 \cdot 10^{52}}$$

$$h) \frac{300\,000 \cdot 0,000\,000\,6}{1000 \cdot 0,002} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot \cancel{6} \cdot 10^{-7}}{10^3 \cdot \cancel{2} \cdot 10^{-3}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^{5-7}}{10^{3-3}} = \frac{9 \cdot 10^{-2}}{10^0} = 9 \cdot 10^{-2} = \boxed{9 \cdot 10^{-2}}$$

$$i) \frac{0,000\,12}{60\,000 \cdot 200} = \frac{\cancel{12} \cdot 10^{-5}}{\cancel{6} \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^2} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{4+2}} = \frac{10^{-5}}{10^6} = 10^{-5-6} = 10^{-11} = \boxed{1 \cdot 10^{-11}}$$

$$j) \frac{0,06 \cdot 0,000\,1}{0,000\,03 \cdot 400} = \frac{\cancel{6} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}}{\cancel{3} \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^2} = \frac{2 \cdot 10^{-2-4}}{4 \cdot 10^{-5+2}} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} = 0,5 \cdot 10^{-6-(-3)} = 0,5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-1-3} = 5 \cdot 10^{-4} = \boxed{5 \cdot 10^{-4}}$$

$$k) \frac{16\,000 \cdot 0,000\,2 \cdot 1,2}{2\,000 \cdot 0,006 \cdot 0,032} = \frac{1,6 \cdot 10^4 \cdot \cancel{2} \cdot 10^{-4} \cdot 1,2}{\cancel{2} \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 3,2 \cdot 10^{-2}} = \frac{1,6 \cdot 1,2 \cdot 10^{4-4}}{6 \cdot 3,2 \cdot 10^{3-3-2}} = \frac{0,5 \cdot 1,2 \cdot 10^0}{6 \cdot 10^{-2}} \stackrel{+6}{=} \frac{0,5 \cdot 0,2}{10^{-2}} = \frac{0,1}{10^{-2}} = \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 10^{-1+2} = 10^1 = \boxed{1 \cdot 10^1}$$

$$l) \frac{3,146 \cdot 31,46}{0,000\,3146} = \frac{3,146 \cdot \cancel{31,46}}{\cancel{31,46} \cdot 10^{-5}} = 3,146 \cdot 10^{-(-5)} = \boxed{3,146 \cdot 10^5}$$

Correction exercice 25

4,5 milliards de kilomètres = $4,5 \cdot 10^9$ [km]

$$\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \quad \left(v = \frac{d}{t} \right)$$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{4,5 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right]}{3 \cdot 10^5 \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right]} = \boxed{1,5 \cdot 10^4 \text{ [s]}} = 4,1\bar{6} \text{ [h]} \approx \boxed{4 \text{ [h]} \ 10 \text{ [min]}}$$

Correction exercice 26

$$a) \sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = 3 \cdot 10 = \boxed{30} \quad \sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = \boxed{0,2}$$

$$b) \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \boxed{3 \cdot \sqrt{2}}$$

$$c) \sqrt{576} = \sqrt{16 \cdot 36} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{36} = 4 \cdot 6 = \boxed{24}$$

$$d) \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 9} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9} = \boxed{3 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \boxed{5 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = \boxed{3 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{25}{10}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{10}} = \boxed{\frac{5}{\sqrt{10}}}$$

$$\sqrt{\frac{18}{50}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9}}{\sqrt{2 \cdot 25}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{9}}{\cancel{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{25}} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

Correction exercice 27

$$1) \sqrt{169} = \sqrt{13^2} = \boxed{13}$$

$$3) \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = \boxed{3}$$

$$5) \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = \boxed{5}$$

$$7) \sqrt{0,16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{4}{10} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$$

$$8) -\sqrt{144} = -\sqrt{12^2} = \boxed{-12}$$

$$10) \sqrt{0,0001} = \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{10000}} = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{100^2}} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{100}}$$

$$11) \frac{\sqrt{900}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 100}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{100}}{\sqrt{49}} = \frac{3 \cdot 10}{7} = \frac{\boxed{30}}{\boxed{7}}$$

$$12) \sqrt{10 \cdot 10^3 \cdot 10^2} = \sqrt{10^6} = (10^6)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{6}{2}} = \boxed{1000}$$

$$13) \sqrt{\frac{625}{121}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{121}} = \frac{\sqrt{25^2}}{\sqrt{11^2}} = \frac{\boxed{25}}{\boxed{11}}$$

$$15) \sqrt{\frac{1}{-1}} = \sqrt{-1} \text{ pas défini dans } \mathbb{R}$$

$$17) \sqrt{\frac{-16}{-36}} = \sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{4}{6} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$

$$19) \sqrt{\frac{225}{81}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{15^2}}{\sqrt{9^2}} = \frac{15}{9} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}$$

$$21) (\sqrt{256})^2 = \boxed{256}$$

$$23) (\sqrt{2})^{10} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{10} = 2^{\frac{1}{2} \cdot 10} = 2^5 = \boxed{32}$$

$$25) \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-6} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2} \cdot (-6)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{2^{-3}}{3^{-3}} = \frac{2^{-3}}{\frac{1}{3^3}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1 \cdot 3^3}{1 \cdot 2^3} = \frac{\boxed{27}}{\boxed{8}}$$

$$26) \sqrt{9^5} = (\sqrt{9})^5 = (\sqrt{3^2})^5 = 3^5 = \boxed{243}$$

$$28) (\sqrt{3})^6 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^6 = 3^{\frac{1}{2} \cdot 6} = 3^3 = \boxed{27}$$

$$30) (\sqrt{2045})^0 = \boxed{1}$$

$$2) \sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$$

$$4) \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = \boxed{4}$$

$$6) \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = \boxed{8}$$

$$9) \sqrt{-144} \text{ pas défini dans } \mathbb{R}$$

$$14) \sqrt{\frac{81}{36}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{9^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{9}{6} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}$$

$$16) \sqrt{\frac{144}{121}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{121}} = \frac{\sqrt{12^2}}{\sqrt{11^2}} = \frac{\boxed{12}}{\boxed{11}}$$

$$18) \sqrt{\frac{1}{169}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{13^2}} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{13}}$$

$$20) -\sqrt{\frac{400}{900}} = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = -\frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\boxed{-2}}{\boxed{3}}$$

$$22) \sqrt{(-256)^2} = \sqrt{(256)^2} = \boxed{256}$$

$$24) (\sqrt{3})^{-6} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{-6} = 3^{\frac{1}{2} \cdot (-6)} = \frac{1}{3^3} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{27}}$$

$$27) \sqrt{256^3} = (\sqrt{256})^3 = (\sqrt{16^2})^3 = 16^3 = \boxed{4096}$$

$$29) \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4 = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2} \cdot 4} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{\boxed{4}}{\boxed{9}}$$

Correction exercice 28

$$\text{a) } \sqrt{28} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot \sqrt{7}$$

$$\text{b) } \sqrt{1260} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5 \cdot 7} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{35} = 6 \cdot \sqrt{35}$$

$$\text{c) } \sqrt{1200} = \sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5^2} = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 20 \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{d) } \sqrt{162} = \sqrt{2 \cdot 81} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{81} = 9 \cdot \sqrt{2}$$

Correction exercice 29

$$\text{a) } 7\sqrt{2} \quad \text{b) } 21\sqrt{2} \quad \text{c) } \frac{5}{3\sqrt{3}} \quad \text{d) } 3 \quad \text{e) } \frac{24\sqrt{7}}{5\sqrt{3}} \quad \text{f) } 6\sqrt{5}$$

Correction exercice 30

$$\text{a) } 6 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{6^2 \cdot 5} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{180}$$

$$\text{b) } \sqrt{7} \cdot 5 = \sqrt{7} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{7 \cdot 5^2} = \sqrt{7 \cdot 25} = \sqrt{175}$$

$$\text{c) } 3 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2} \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$\text{d) } 4^2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{(4^2)^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{256 \cdot 3} = \sqrt{768}$$

$$\text{e) } 2^3 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{(2^3)^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{64 \cdot 2} = \sqrt{128}$$

Correction exercice 31

$$\text{a) } \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

$$\text{b) } \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{7 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{d) } \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\text{e) } \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\text{f) } \frac{n}{\sqrt{n}} = \frac{n}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}} = \frac{n \cdot \sqrt{n}}{n} = \sqrt{n}$$

$$\text{g) } \frac{3\sqrt{5}}{5} \quad \text{h) } \frac{3\sqrt{5}}{5} \quad \text{i) } \frac{2\sqrt{6}}{6} \quad \text{j) } 2 + \sqrt{3}$$

$$\text{k) } \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\text{l) } 2 + \sqrt{2} \quad \text{m) } 3 + 2\sqrt{2} \quad \text{n) } \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

Correction exercice 32

$$\text{a) } \frac{-0 - \sqrt{144}}{2 \cdot 4} = \frac{-\sqrt{144}}{8} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{b) } \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot 20}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 + 9}{2} = 4$$

$$\text{c) } \frac{-7 - \sqrt{49 - 48}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 - \sqrt{1}}{2} = \frac{-7 - 1}{2} = -4$$

$$\text{d) } \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} = \frac{-2 + \sqrt{4 \cdot 5}}{2} = \frac{-2 + \sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{\cancel{2}(-1 + \sqrt{5})}{\cancel{2}} = -1 + \sqrt{5}$$

$$\text{e) } \frac{-(-4) - \sqrt{0}}{2 \cdot 4} = \frac{\cancel{4}}{2 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{f) } \frac{-(-4) + \sqrt{36}}{2 \cdot 5} = \frac{4 + 6}{10} = 1$$

$$\text{g) } \frac{6 + \sqrt{24}}{2 \cdot 3} = \frac{6 + \sqrt{4 \cdot 6}}{2 \cdot 3} = \frac{6 + \sqrt{4} \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{6 + 2\sqrt{6}}{6} = \frac{\cancel{6}(3 + \sqrt{6})}{\cancel{6}^3} = \frac{3 + \sqrt{6}}{3} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{h) } \frac{0 + \sqrt{28}}{2 \cdot 1} = \frac{\sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{7}}{2} = \frac{\cancel{2}\sqrt{7}}{\cancel{2}} = \sqrt{7}$$

$$\text{i) } \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) = \frac{(-1)^2 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - (\sqrt{5})^2}{4} = \frac{1 - 5}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\text{j) } \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}\right) = 1^2 + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} - \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{6}{9} = \frac{9 - 6}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{k) } \frac{\sqrt{5} + \sqrt{20}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 5}}{\sqrt{5 \cdot 10}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\cancel{\sqrt{5}} \cdot (1 + 2)}{\cancel{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\text{l) } \frac{\sqrt{24} + \sqrt{18}}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 6} + \sqrt{3 \cdot 6}}{\sqrt{5 \cdot 6}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\cancel{\sqrt{6}} \cdot (2 + \sqrt{3})}{\cancel{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

Correction exercice 33

- a) $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16} \Leftrightarrow 3 < \sqrt{14} < 4$
- b) $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \Leftrightarrow 1 < \sqrt{3} < 2$
- c) $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Leftrightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$
- d) $\sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{36} \Leftrightarrow 5 < \sqrt{26} < 6$
- e) $\sqrt{100} < \sqrt{102} < \sqrt{121} \Leftrightarrow 10 < \sqrt{102} < 11$
- f) $\sqrt{25} < \sqrt{27,8} < \sqrt{36} \Leftrightarrow 5 < \sqrt{27,8} < 6$
- g) $\sqrt{16} < \sqrt{20,25} < \sqrt{25} \Leftrightarrow 4 < \sqrt{20,25} < 5$
- h) $\sqrt{100} < \sqrt{102,01} < \sqrt{121} \Leftrightarrow 10 < \sqrt{102,01} < 11$
- i) $-\sqrt{169} < -\sqrt{162,56} < -\sqrt{144} \Leftrightarrow -13 < -\sqrt{162,56} < -12$
- j) $\sqrt{49} < \sqrt{54,76} < \sqrt{64} \Leftrightarrow 7 < \sqrt{54,76} < 8$

Correction exercice 34

- a) 1) $x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{7} \quad S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$
- 2) $\underbrace{x^2}_{>0} = \underbrace{-1}_{<0}$ impossible $S = \emptyset$
- 3) $x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \quad S = \left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- 4) $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad S = \{0\}$
- 5) $\underbrace{x^2}_{>0} = \underbrace{-7}_{<0}$ impossible $S = \emptyset$
- b) 1) Aucune solution dans \mathbb{R} . Il n'existe aucun nombre dans \mathbb{R} qui multiplié par lui-même donne un résultat négatif.
- 2) Exactement une solution dans \mathbb{R} . 0 multiplié par lui-même donne 0 et c'est le seul nombre de \mathbb{R} qui multiplié par lui-même donne ce résultat.
- 3) Deux solutions dans \mathbb{R} . Chaque nombre strictement positif de \mathbb{R} peut être obtenu en multipliant un nombre de \mathbb{R} par lui-même. Ce même résultat peut être obtenu en multipliant l'opposé de ce dernier nombre par lui-même.

Correction exercice 35

$$1) -2^3 + 7 \cdot (4+6)^2 + \sqrt{36} = -2^3 + 7 \cdot 10^2 + \sqrt{6^2} = -8 + 7 \cdot 100 + 6 = \boxed{698}$$

$$2) 4^3 + 2^3 \cdot 5^2 + 10 \cdot (2-3)^5 = 2^3 \cdot 2^3 + 2^3 \cdot 5^2 + 10 \cdot (-1)^5 = 2^3 \cdot (2^3 + 5^2) + 10 \cdot (-1) = \\ = 8 \cdot (8 + 25) - 10 = 8 \cdot 33 - 10 = \boxed{254}$$

$$3) (10+11) \cdot (7-14)^0 + \sqrt{121} = 21 \cdot 1 + \sqrt{11^2} = 21 + 11 = \boxed{32}$$

$$4) \sqrt{12+3 \cdot (4+5)-3} = \sqrt{12+27-3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = \boxed{6}$$

$$5) \sqrt{25-16} + 12 \cdot (7-4)^2 - 17 = \sqrt{9} + 12 \cdot 3^2 - 17 = \sqrt{3^2} + 12 \cdot 3^2 - 17 = 3 + 12 \cdot 3 \cdot 3 - 17 = \\ = 3 \cdot (1 + 12 \cdot 3) - 17 = 3 \cdot 37 - 17 = \boxed{94}$$

$$6) 256 - 4 \cdot (\sqrt{25} + 2^4 - \sqrt{144}) = 256 - 4 \cdot (\sqrt{5^2} + 16 - \sqrt{12^2}) = 256 - 4 \cdot (5 + 16 - 12) = \\ = 256 - 4 \cdot 9 = 256 - 36 = \boxed{220}$$

$$7) \left[-\frac{2}{3} - (-2) \right]^2 = \left[-\frac{2}{3} + 2 \right]^2 = \left[\frac{-2+6}{3} \right]^2 = \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

$$8) \left(\frac{1}{5} \right)^3 - \left(-\frac{1}{5} \right)^2 = \left(\frac{1}{5} \right)^3 - \left(\frac{1}{5} \right)^2 = \left(\frac{1}{5} \right)^2 \cdot \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{5} \right)^2 = \left(\frac{1}{5} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 \right) = \frac{1^2}{5^2} \cdot \left(\frac{1-5}{5} \right) = \\ = \frac{1}{25} \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) = -\frac{4}{25 \cdot 5} = \frac{4}{125}$$

$$9) \left[3 - \frac{11}{3} \right]^2 = \left[\frac{9-11}{3} \right]^2 = \left(-\frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$10) \left[5 - \frac{5}{2} + \left(-\frac{5}{3} \right) \right]^2 = \left[5 - \frac{5}{2} - \frac{5}{3} \right]^2 = \left[5 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right]^2 = \left[5 \cdot \left(\frac{2 \cdot 3 - 3 - 2}{2 \cdot 3} \right) \right]^2 = \left[5 \cdot \frac{1}{6} \right]^2 = \\ = \left(\frac{5}{6} \right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36}$$

$$11) \sqrt{\frac{\cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{6}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3} \right)^2} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{3}} = \boxed{2}$$

$$12) \sqrt[3]{-\frac{\cancel{1}}{\cancel{8}} \cdot \left(\frac{\cancel{1}}{\cancel{8}} + \frac{\cancel{2}}{\cancel{1}} \right)} = \sqrt[3]{\frac{-1}{8} \cdot \left(\frac{1+2 \cdot 4}{4} \right)} = \sqrt[3]{\frac{(-1)^3 \cdot 9}{2^3 \cdot 4}} = \frac{-1 \cdot 9}{2 \cdot 4} = \frac{-9}{8} = \frac{-9}{8}$$

$$13) -\left(\frac{2}{9}\right)^2 + \frac{3}{9} \cdot 4 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{2^2}{9^2} + \frac{3 \cdot 4}{9} - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{4}{(3^2)^2} + \frac{12}{3^2} - \frac{1^3}{3^3} = -\frac{4}{3^4} + \frac{12}{3^2} - \frac{1}{3^3} = -\frac{4}{3^4} + \frac{12}{3^2} - \frac{1}{3^3} =$$

$$= \frac{-4 + 12 \cdot 3^2 - 1 \cdot 3}{3^4} = \frac{-4 + 12 \cdot 9 - 3}{81} = \boxed{\frac{101}{81}}$$

$$14) -4^2 + (7 - 2 \cdot 3^2)^2 + 4 \cdot 0 = -16 + (7 - 2 \cdot 9)^2 + 0 = -16 + (-11)^2 = -16 + 11^2 = -16 + 121 = \boxed{105}$$

$$15) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot I^5 = \frac{2^{\cancel{2}}}{3^{\cancel{2}}} \cdot \left(-\frac{\cancel{3}}{2^{\cancel{1}}}\right) \cdot 1 = -\frac{1}{3 \cdot 2} = \boxed{-\frac{1}{6}}$$

$$16) \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{10}{3} = -\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{5^2}{2^2} \cdot \frac{10}{3} = -\frac{1^3}{2^3} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{5^2}{2^2} \cdot \frac{3}{10} =$$

$$= \frac{4}{2^3 \cdot 5} - \frac{5^2 \cdot 3}{2^2 \cdot 10} = \frac{4}{2^3 \cdot 5} - \frac{5^{\cancel{2}} \cdot 3}{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 5} = \frac{4}{2^3 \cdot 5} - \frac{15}{2^3 \cdot 5} = \frac{4 - 15 \cdot 5}{2^3 \cdot 5} = \frac{-71}{8 \cdot 5} = \frac{-71}{40} = \boxed{-\frac{71}{40}}$$

$$17) \left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1^3}{2^3} \div \left(\frac{4-3}{3 \cdot 4}\right)^2 = \frac{1}{2^3} \div \left(\frac{1}{3 \cdot 4}\right)^2 = \frac{1}{2^3} \div \frac{1^2}{3^2 \cdot 4^2} = \frac{3^2 \cdot 4^2}{2^3} = \frac{3^2 \cdot (2^2)^2}{2^3} =$$

$$= \frac{3^2 \cdot 2^4}{2^3} = 3^2 \cdot 2^1 = 9 \cdot 2 = \boxed{18}$$

$$18) \left(\frac{6}{8} - \frac{3}{9} + \frac{64}{72}\right)^0 = \boxed{1}$$

$$19) \left[\left(\frac{6}{7}\right)^2 \cdot \frac{2}{21}\right] \div \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left[\frac{6^2}{7^2} \cdot \frac{2}{3 \cdot 7}\right] \div \frac{2^3}{7^3} = \left[\frac{(2 \cdot 3)^2}{7^2} \cdot \frac{2}{3 \cdot 7}\right] \cdot \frac{7^3}{2^3} = \frac{\cancel{2}^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3}^{\cancel{2}}}{\cancel{7}^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{7}^{\cancel{3}}}{\cancel{2}^{\cancel{3}}} = \frac{3}{1} = \boxed{3}$$

$$20) \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{(1-6)^2} = \frac{\frac{2 \cdot 2 - 3 \cdot 3}{3 \cdot 2}}{5^2} = \frac{-5}{5^2} = \frac{-\cancel{5}}{6 \cdot 5^{\cancel{2}}} = -\frac{1}{6 \cdot 5} = \boxed{-\frac{1}{30}}$$

$$21) \frac{5 - 2 \cdot (-7 + 3)}{-2^6 - (-2)^5} = \frac{5 - 2 \cdot (-4)}{-2^6 - (2^5)} = \frac{5 + 8}{-2^6 + 2^5} = \frac{13}{-2 \cdot 2^5 + 2^5} = \frac{13}{2^5 \cdot (-2 + 1)} = \frac{13}{2^5 \cdot (-1)} = \frac{13}{-2^5} =$$

$$= -\frac{13}{2^5} = \boxed{-\frac{13}{32}}$$

$$22) \left(\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}}\right) \div \left(\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{9}}\right) = \left(\sqrt{\frac{9-4}{4 \cdot 9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}}\right) \div \left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}}\right) = \left(\sqrt{\frac{5}{4 \cdot 9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}}\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{\cancel{4}}{\cancel{4} \cdot 9} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}}} \div \left(\frac{3+2}{2 \cdot 3}\right) = \sqrt{\frac{1}{9}} \div \frac{5}{6} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{6}^2}{5} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

Correction exercice 36

- 1) $\sqrt{128} + \sqrt{8} - \sqrt{32} = \sqrt{2^7} + \sqrt{2^3} - \sqrt{2^5} = \sqrt{2^6 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2^4 \cdot 2} =$
 $= 2^3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} - 2^2 \cdot \sqrt{2} = \boxed{6 \cdot \sqrt{2}}$
- 2) $\sqrt{20} - \sqrt{125} - \sqrt{245} = \sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{5^3} - \sqrt{5 \cdot 7^2} = 2 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{5} - 7 \cdot \sqrt{5} = \boxed{-10 \cdot \sqrt{5}}$
- 3) $3 \cdot \sqrt{27} + 5 \cdot \sqrt{108} - \sqrt{147} - \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3^3} + 5 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3^3} - \sqrt{3 \cdot 7^2} - \sqrt{3} =$
 $= 9 \cdot \sqrt{3} + 30 \cdot \sqrt{3} - 7 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = \boxed{31 \cdot \sqrt{3}}$
- 4) $2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{\frac{2}{27}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{2^3}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3^3}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \boxed{\frac{13}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}}$
- 5) $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^3 - 3 \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 3^2} - 3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot 3 - 3 \cdot \sqrt{3} = \boxed{0}$
- 6) $\sqrt{(5^2)^3} = \sqrt{5^6} = (5^6)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{6}{2}} = 5^3 = \boxed{125}$
- 7) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 15} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = \boxed{20 \cdot \sqrt{3}}$
- 8) $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{105}} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 5 \cdot 3^3 \cdot 7}}{\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 7}} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}}{\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 7}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot \cancel{3 \cdot 5 \cdot 7}}{\cancel{3 \cdot 5 \cdot 7}}} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 = \boxed{6}$
- 9) $\sqrt{9 - \sqrt{32}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{32}} = \sqrt{(9 - \sqrt{32}) \cdot (9 + \sqrt{32})} = \sqrt{9^2 - (\sqrt{32})^2} = \sqrt{9^2 - 32} = \sqrt{49} = \boxed{7}$
- 10) $\sqrt{\sqrt{7} - 2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7} - 2) \cdot (\sqrt{7} + 2)} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2^2} = \sqrt{7 - 4} = \boxed{\sqrt{3}}$
- 11) $\sqrt{\frac{7}{25} + \sqrt{\frac{33}{25^2}}} \cdot \sqrt{\frac{7}{25} - \sqrt{\frac{33}{25^2}}} = \sqrt{\left(\frac{7}{25}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{33}{25^2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{25}\right)^2 - \frac{33}{25^2}} =$
 $= \sqrt{\frac{49}{25^2} - \frac{33}{25^2}} = \sqrt{\frac{16}{25^2}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25^2}} = \boxed{\frac{4}{25}}$
- 12) $(\sqrt{3} + 4)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 + 4^2 = 3 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 + 16 = \boxed{8 \cdot \sqrt{3} + 19}$
- 13) $(\sqrt{8} + \sqrt{18})^2 = (\sqrt{8})^2 + 2\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} + (\sqrt{18})^2 = 8 + 2 \cdot \sqrt{8 \cdot 18} + 18 = 8 + 2 \cdot 12 + 18 = \boxed{50}$

Correction exercice 37

- a) $0^4 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0 \neq 1$ Faux
- b) $3^0 = 1$ Vrai
- c) $2^{534} + 2^{11173} \neq 2^{11707}$ Faux car $a^n + a^m \neq a^{n+m}$ mais $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- d) Faux car si $a = 111111111111$ alors $a^n + a^n = 2 \cdot (a^n) = 2 \cdot a^n \neq (2 \cdot a)^n = 2^n \cdot a^n$

Correction exercice 38

- 1) 0,48 2) 1,08 3) 42'000 4) 0,048
5) 4200 6) 9

Correction exercice 39

- 1) 5 2) $-\frac{73}{20}$ 3) $\frac{23}{63}$ 4) $\frac{8}{15}$
5) $\frac{1}{14}$ 6) $\frac{81}{16}$ 7) $\frac{1}{2}$ 8) $\frac{108}{625}$
9) $\frac{3}{2}$ 10) 1 11) $-\frac{5}{4}$ 12) $\frac{1}{15}$
13) 0 14) $\frac{3}{128}$ 15) $\frac{10'001}{100}$ 16) $\frac{22}{5}$
17) $\frac{27}{8}$ 18) $-\frac{12}{5}$ 19) $\frac{6}{7}$ 20) 9
21) $\frac{5}{100}$ 22) 4'000 23) $-\frac{101}{16}$ 24) $-\frac{28}{135}$

Correction exercice 40

- 1) 7 2) $\frac{11}{6}$ 3) $\frac{5}{16}$ 4) $\frac{11}{3}$
5) $\frac{31}{16}$ 6) 14 7) 4 8) 75
9) 2

Correction exercice 41

- 1) $-23\sqrt{2}$ 2) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$ 3) 3 4) 20
5) $\frac{9-2\sqrt{3}}{3-2\sqrt{3}}$ 6) $\frac{8}{5}$

