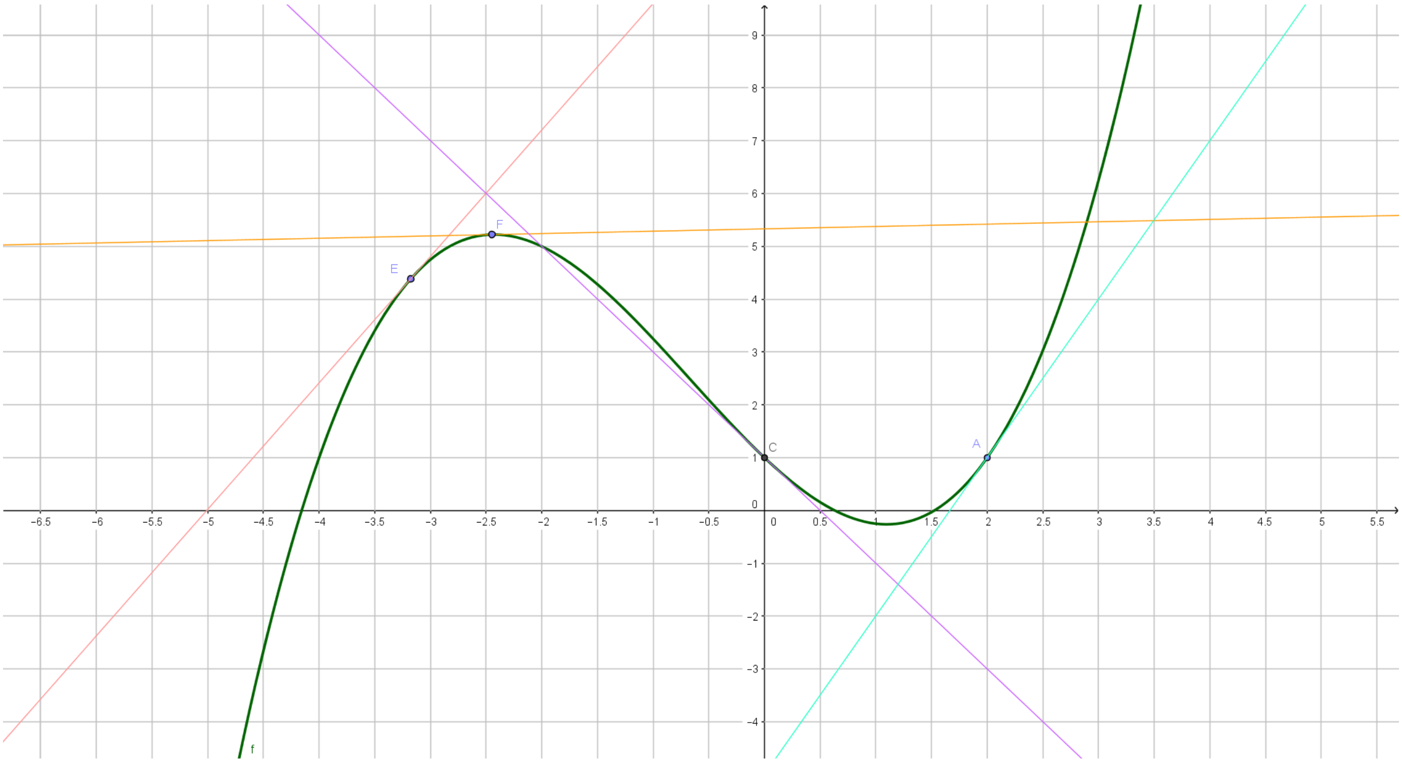
LE NOMBRE DERIVE

1°) Tangente à une courbe.



On considère la représentation graphique d'une fonction f, que l'on note $\mathcal{C}_f$.

Nous avons tracé :

la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point E d'abscisse $-3{,}2$; au point F d'abscisse $-2{,}45$; au point C d'abscisse 0 ; au point A d'abscisse 2.

2°) Nombre dérivé.

Définition : le nombre dérivé d'une fonction en un point donné est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction en ce point.

Notation : le nombre dérivé de la fonction f en a se note :

$$f'(a)$$

Exemple : sur le graphique précédent, nous avons :

$$f'(-3{,}2) = 2{,}4 \, ; f'(-2{,}45) \approx 0{,}01 \, ; f'(0) = -2 \, ; f'(2) = 3$$

Rappels :

Calcul du coefficient directeur : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{variation\ des\ ordonnées}{variation\ des\ abscisses}$

3°) Fonction dérivée, variations d'une fonction.

Soit f une fonction.

On appelle **fonction dérivée** de f, et on note f', la fonction qui, à tout x de l'ensemble de définition, fait correspondre le coefficient directeur de la tangente à la courbe en x, noté $f'(x)$.

On a un lien fort entre le signe de la fonction dérivée f' et les variations de la fonction f :

- Lorsque, sur un intervalle, on a $f'(x) < 0$, alors nécessairement f est décroissante.
- Lorsque, sur un intervalle, on a $f'(x) > 0$, alors nécessairement f est croissante.
- Si, en un point, $f'(x)$ s'annule et change de signe, alors on a un minimum ou un maximum.
- Si, en un point, $f'(x)$ s'annule sans changer de signe, alors on a un point d'inflexion.

4°) Tableau des dérivées.

(voir tableau et exemples)

5°) Equation de la tangente à la courbe en un point.

On considère que f est une fonction, on note C sa courbe représentative et f' sa dérivée.

Alors l'équation de la tangente en a à C se calcule grâce à la formule suivante :

$$\boxed{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$$

Exemple d'utilisation : $f(x) = 5x^3 - 4x^2 - 2x + 1$, calculons l'équation de la tangente à la courbe représentative au point d'abscisse -1.

- Je dérive la fonction : $f'(x) = 15x^2 - 8x - 2$
- Je calcule $f'(a)$: $f'(-1) = 15 \times (-1)^2 - 8 \times (-1) - 2 = 15 + 8 - 2 = 21$
- Je calcule $f(a)$: $f(a) = 5 \times (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 1 = -6$
- J'applique la formule : $y = 21(x+1) - 6 = 21x + 21 - 6 = 21x + 15$
- Je conclus : l'équation de la tangente à C en -1 est $y = 21x + 15$.