# TRANSFORMATIONS DE FONCTION

## 1°) Translations

Activité avec la calculatrice.

Partie A : ouvre une nouvelle fenêtre et trace les fonctions suivantes :

$$f_1(x) = x^2 \ ; \ f_2(x) = (x-3)^2 \ ; \ f_3(x) = (x+2)^2$$

Partie B : ouvre une nouvelle fenêtre et trace les fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{1}{x} \ ; \ f_2(x) = \frac{1}{x-3} \ ; \ f_3(x) = \frac{1}{x+2}$$

Observation : on obtient trois courbes représentatives superposables qui sont déplacées horizontalement, de trois unités vers la droite, et de deux unités vers la gauche.

Propriété : on considère que $f$ est une fonction et $C$ est sa courbe représentative, $k$ est un nombre positif.

**Alors la courbe représentative de la fonction $f(x+k)$ est la courbe $C$ translatée horizontalement de $k$ unités vers la gauche,**
**et la courbe représentative de la fonction $f(x-k)$ est la courbe $C$ translatée horizontalement de $k$ unités vers la droite.**

**(TRANSLATIONS HORIZONTALES)**

Partie C : ouvre une nouvelle fenêtre et trace les fonctions suivantes :

$$f_1(x) = x^2 \ ; \ f_2(x) = x^2 - 3 \ ; \ f_3(x) = x^2 + 2$$

Partie D : ouvre une nouvelle fenêtre et trace les fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{1}{x} \ ; \ f_2(x) = \frac{1}{x} - 3; \ f_3(x) = \frac{1}{x} + 2$$

Propriété : on considère que $f$ est une fonction et $C$ est sa courbe représentative, $k$ est un nombre positif.

**Alors la courbe représentative de la fonction $f(x) + k$ est la courbe $C$ translatée verticalement de $k$ unités vers le haut,**
**et la courbe représentative de la fonction $f(x) - k$ est la courbe $C$ translatée verticalement de $k$ unités vers le bas.**

**(TRANSLATIONS VERTICALES)**

Petits exercices :

On suppose que $f$ est une fonction et $C$ sa courbe représentative. Décris les transformations graphiques lorsque je trace la fonction…

a) $g(x) = f(x) - 2$
b) $g(x) = f(x + 7)$
c) $g(x) = f(x) + \frac{3}{2}$
d) $g(x) = f(x - 8000)$
e) $g(x) = f(x - 3) + 2$

On compare deux courbes représentatives : l'une est la courbe $C$ représentative de la fonction $f$ et l'autre est la courbe transformée, représentative de la fonction $g$. Complète en donnant la bonne expression de $g(x)$.

a) La courbe a été translatée de 3 unités vers la gauche.
b) La courbe a été translatée de 8 unités vers le bas.
c) La courbe a été translatée de 1 unité vers le haut.
d) La courbe a été translatée de 7 unités vers la droite.
e) La courbe a été translatée de 2 unités vers la gauche et 1 unité vers le bas.
f) La courbe a été translatée de 5 unités vers le haut et 3 unités vers la gauche.
g) La courbe a été translatée de 2 unités vers la droite et 6 unités vers le bas.
h) La courbe a été translatée de 8 unités vers la gauche et 14 unités vers le haut.

## 2°) Symétries

On considère que $f$ est une fonction et $C$ est sa courbe représentative.

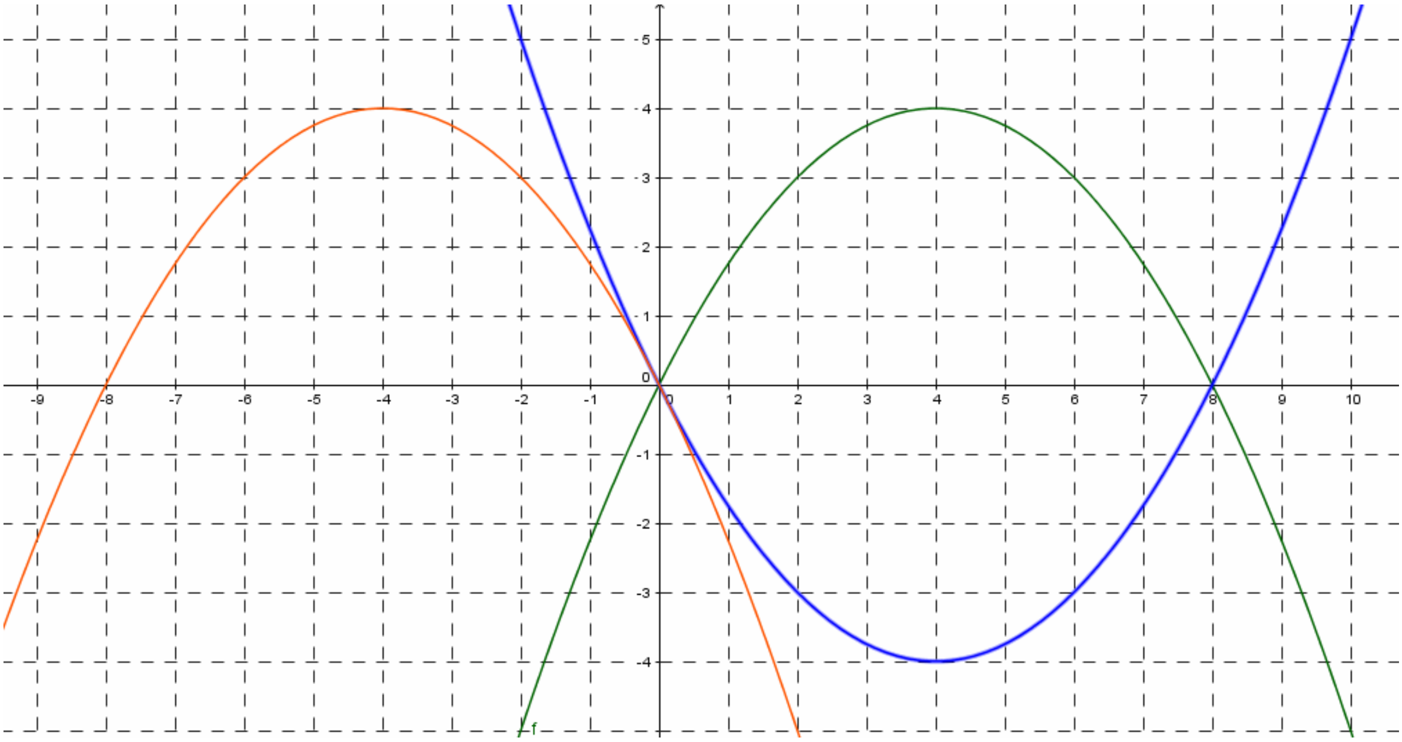
On appelle $g$ la fonction représentée par $C'$ et définie par : $g(x) = -f(x)$.

Alors $C$ et $C'$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

On appelle $h$ la fonction représentée par $C''$ et définie par : $h(x) = f(-x)$.

Alors $C$ et $C''$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

A faire sur la calculatrice : $f(x) = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 4$, $-10 \leq x \leq 10$, $-5 \leq y \leq 5$.



## 3°) Valeur absolue

On considère que $f$ est une fonction et $C$ est sa courbe représentative.

On appelle $g$ la fonction représentée par $C'$ et définie par : $g(x) = |f(x)|$.

Alors $C$ et $C'$ sont :

- confondues là où $C$ est au dessus de l'axe des abscisses (positive)
- symétriques par rapport à l'axe des abscisses là où $C$ est en dessous de l'axe des abscisses (négative)


## 4°) Parité d'une fonction

**Une fonction peut être soit paire, soit impaire, soit ni l'un ni l'autre.**

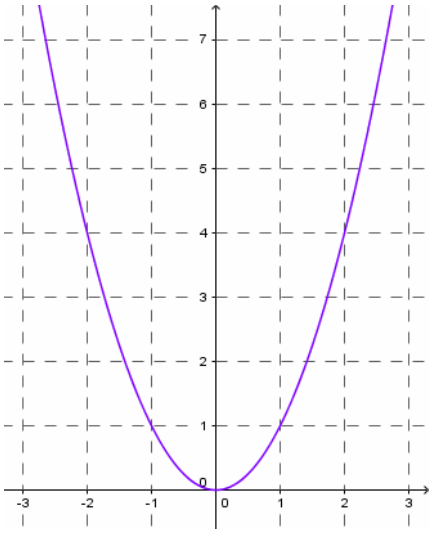
**On dit qu'une fonction est paire lorsque :**

- ✓ **son ensemble de définition est symétrique par rapport à zéro**
- ✓ **pour tout $x$ de l'ensemble de définition, on a $f(-x) = f(x)$.**

**Graphiquement, cela se traduit par : la représentation graphique d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.**

**Exemple :**

- la fonction carré : $f(x) = x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$ et on a : $x^2 = (-x)^2$. Sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe $(Oy)$.




**Remarque : toutes les transformées de la fonction carré par une translation verticale et/ou symétrie par rapport à l'axe des abscisses sont des fonctions paires.**

**On dit qu'une fonction est impaire lorsque :**

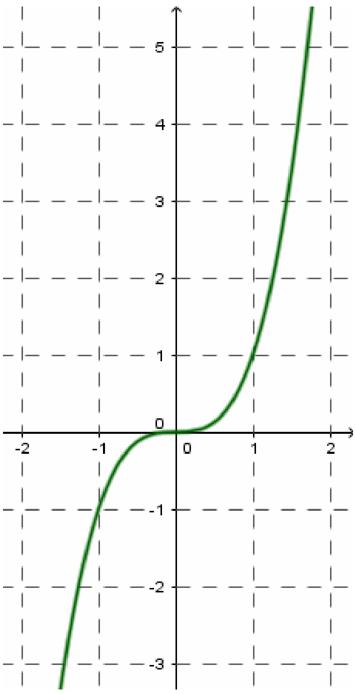
- ✓ **son ensemble de définition est symétrique par rapport à zéro**
- ✓ **pour tout $x$ de l'ensemble de définition, on a $f(-x) = -f(x)$.**

**Graphiquement, cela se traduit par : la représentation graphique d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère (symétrie centrale).**

**Exemples :**

**La fonction cube $f(x) = x^3$**

$$(-x)^3 = -x^3$$




**La fonction inverse $f(x) = \frac{1}{x}$**

$$-\frac{1}{x} = \frac{1}{-x}$$