Chapitre 1 : Généralités en analyse : exercices de révision

1°) Premier degré.

Exercice 1.

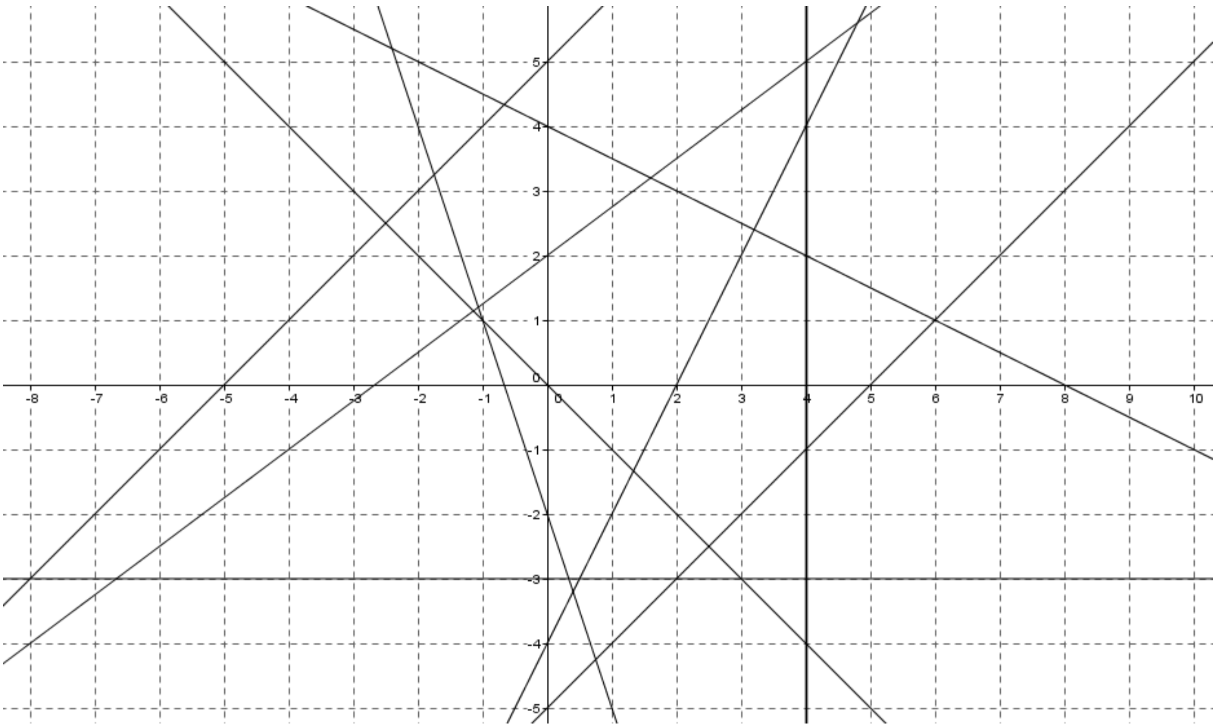
a) Tracer la droite (d_1) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 3$, la droite (d_2) d'équation $y = -0{,}5\,x - 2$ et la droite d_3 d'équation $y = 0{,}5x$.
b) Pour chacune de ces droites, donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.
c) Certaines de ces droites sont-elles parallèles ou perpendiculaires ? Justifier.
d) Calculer les coordonnées du point d'intersection entre les droites (d_1) et (d_2).
e) Je considère la droite (d_4) d'équation $y = 2x - 10$. Sans la tracer, répondre aux questions en justifiant : (d_4) sera-t-elle croissante ? quelle sera la pente la plus forte, celle de (d_1) ou celle de (d_2) ? Pourquoi ?
f) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{1}{2}x + 3 \leq -0{,}5x - 2$. Expliquer comment on peut utiliser la représentation graphique pour contrôler la réponse.

Exercice 2.

a) f est une fonction affine. Déterminer f sachant que l'on a $f(2) = 8$ et $f(-4) = -4$.
b) Trouver l'équation d'une droite parallèle à la représentation graphique de f et passant par le point $(-1\,;-1)$.
c) Trouver l'équation de la droite perpendiculaire à la représentation graphique de f et passant par le point $(-1\,;-1)$.

Exercice 3.

Voici plusieurs droites, donne leur équation.



2°) Second degré.

Exercice 4.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $49x^2 + 14x + 1 = 0$
b) $-7x^2 + 5x + 2 = 0$
c) $x^2 + x + 5 = 0$
d) $4x^2 + 3x = 0$
e) $-5x^2 + 20 = 0$
f) $8x^2 + 16 = 0$
g) $4x^2 + 1 = -3x$
h) $x^2 - 5 + 4x = 0$
i) $\frac{1}{4}x^2 + 3x = -9$
j) $x^2 = 3x - 2$

Exercice 5.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $4x^2 + 5x + 1 < 0$
b) $-2x^2 + 3x - 1 \leq 0$
c) $2x^2 - 5x > 0$
d) $-4x^2 + 4x - 1 \geq 0$
e) $x^2 + 2x + 1 < 0$
f) $3x^2 + 4x \geq -1$
g) $x^2 + 5 \geq 0$
h) $-x^2 + 4 > 0$
i) $x^2 + x \leq -5$
j) $\frac{1}{4}x^2 + 3x > -9$

Exercice 6.

On considère les fonctions $f: x \mapsto 5x^2 + 6x + 1$, $g: x \mapsto -4x^2 + 4x - 1$ et $h: x \mapsto x^2 + 1$.
Pour chaque fonction, on demande :

a) Calculer les coordonnées du sommet.
b) Calcule la valeur du discriminant.
c) Donne l'expression de la forme canonique.
d) Donne l'équation de l'axe de symétrie.
e) Calculer, s'il y en a, les coordonnées du ou des point(s) d'intersection avec l'axe des abscisses.
f) Donne, si elle existe, la forme factorisée.
g) Calculer les coordonnées du point d'intersection avec l'axe des ordonnées.
h) La parabole est-elle convexe ou concave ? Pourquoi ?
i) Donner le tableau des variations.
j) Donner le tableau de signes.
k) Calculer, s'il y en a, les coordonnées du ou des point(s) d'intersection entre les deux paraboles.

Tracer les trois paraboles dans un même repère, en choisissant judicieusement les échelles.

Exercice 8.

On donne la parabole P d'équation $y = 2x^2 - 5x + 3$.
1°) Dans chaque cas, étudie l'intersection de P avec chacune des droites suivantes :

a) $d_1 : y = -5x + 5$
b) $d_2 : y = \frac{1}{2}x - 1$
c) $d_3 : y = 5x - 9{,}5$

2°) Représente la parabole et les droites dans un même repère.

3°) Fonctions Hyperboliques.

Exercice 7.

On donne :

$$f(x) = \frac{3x+6}{-2x+4} \,;\, g(x) = \frac{x-7}{4x-8} \,;\, h(x) = \frac{1}{x+3} \,;\, i(x) = \frac{-x}{-x-2} \,;\, j(x) = \frac{-2x+6}{3x-9} \,;$$
$$k(x) = 3 + \frac{2}{x-1} \,;\, l(x) = \frac{-5}{x}$$

Pour chacune des fonctions suivantes, on demande :

a) Donner l'ensemble de définition.
b) Calculer les coordonnées du point d'intersection avec l'axe des abscisses.
c) Calculer les coordonnées du point d'intersection avec l'axe des ordonnées.
d) Donner les équations des asymptotes horizontales et verticales.
e) Donner le tableau des variations.
f) Donner le tableau de signes.
g) Tracer la représentation graphique de la fonction en choisissant judicieusement l'échelle.

Exercice 8.

Donne un maximum d'informations à partir des représentations graphiques suivantes :