LE THEOREME DE THALES

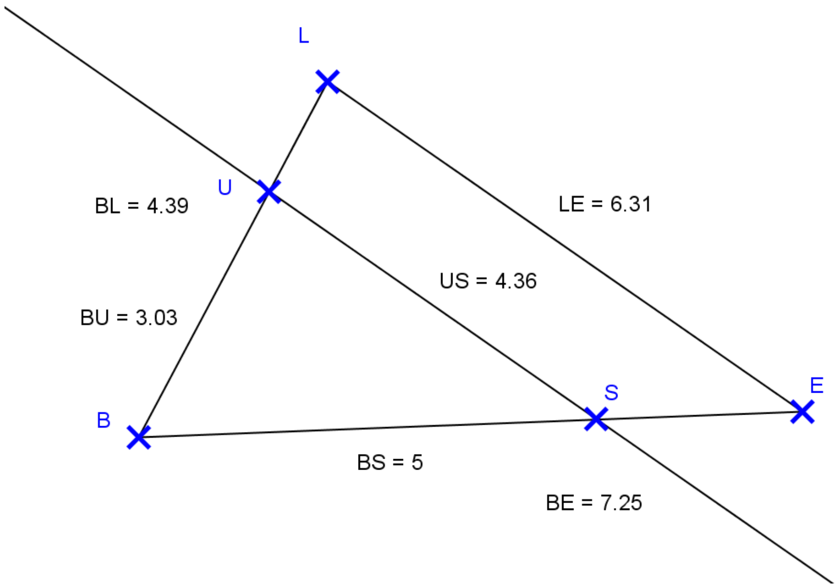
1°) Activité d'introduction

Trace un triangle BEL assez grand. Place un point U sur $[BL]$ et trace la parallèle à (LE) passant par U, elle coupe $[BE]$ en S.

Mesure le plus précisément possible : $BE =$ $\quad BL =$ $\quad LE =$ $\quad BU =$ $\quad BS =$ $\quad US =$

Effectue les calculs suivants : $\frac{BU}{BL} = \frac{3{,}03}{4{,}39} \approx 0{,}690 \approx 0{,}69$; $\frac{BS}{BE} = \frac{5}{7{,}25} \approx 0{,}689 \approx 0{,}69$; $\frac{US}{LE} = \frac{4{,}36}{6{,}31} \approx 0{,}691 \approx 0{,}69$

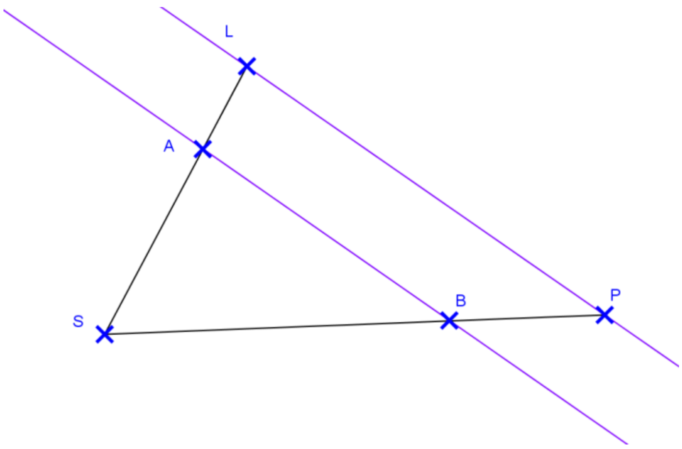
Qu'observe-t-on ?



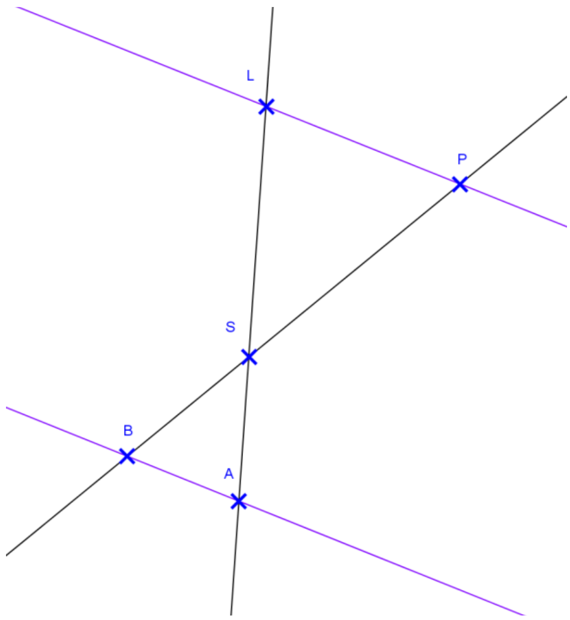
On observe que l'on a $\frac{BU}{BL} = \frac{BS}{BE} = \frac{US}{LE}$ aux erreurs de mesure près.

2°) Configurations de Thalès.

On dit que l'on a une configuration de Thalès lorsque l'on est dans une des configurations suivantes :



SLP est un triangle,
$A \in [SL]$ et $B \in [SP]$,
Les droites (AB) et (LP) sont parallèles



Les segments $[BP]$ et $[LA]$ sont sécants en S,
Les droites (AB) et (LP) sont parallèles.

3°) Théorème de Thalès.

Le théorème de Thalès s'utilise quand on a une configuration de Thalès, il permet de calculer une mesure manquante.

Pour utiliser le théorème de Thalès il faut bien penser à écrire les conditions suivantes :

Configuration en triangle :

Si on a, dans le triangle SPL,
$A \epsilon [SL]$et $B \epsilon [SP]$,
et les droites (AB) et (LP) sont parallèles,

Alors, d'après le théorème de Thalès, on a :

Configuration en papillon :

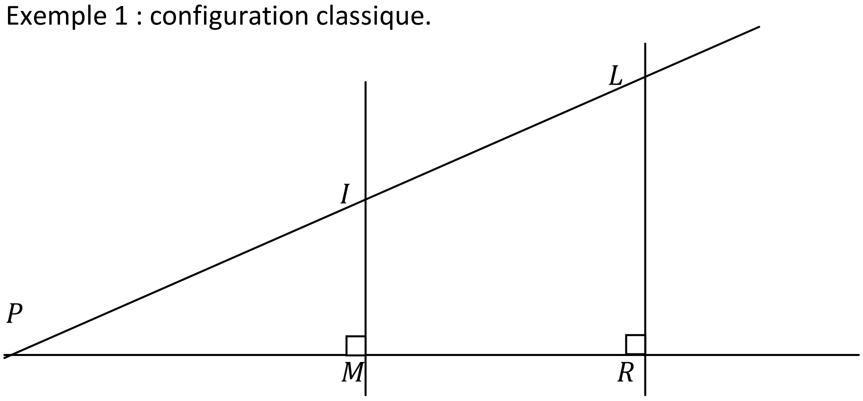
Si les segments $[BP]$ et $[LA]$ sont sécants en S,
et que les droites (AB) et (LP) sont parallèles,

alors, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\boxed{\frac{SA}{SL} = \frac{SB}{SP} = \frac{AB}{LP}}$$

4°) Exemples d'utilisation du théorème de Thalès.

Exemple 1 : configuration classique.



$PI = 5$cm, $IM = 3$cm, $PM = 4$cm,

$PR = 6$cm

Calcule LR et PL.

On sait que : dans le triangle LPR, $I \in [PL]$ et $M \in [PR]$ et les droites (IM) et (LR) sont parallèles. Alors, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{PI}{PL} = \frac{PM}{PR} = \frac{IM}{LR}$

Donc : $\frac{PI}{PL} = \frac{PM}{PR}$ donc $\frac{5}{PL} = \frac{4}{6}$ donc $PL = \frac{6 \times 5}{4} = 7{,}5$cm.

Et : $\frac{PM}{PR} = \frac{IM}{LR}$ donc $\frac{4}{6} = \frac{3}{LR}$ donc $LR = \frac{3 \times 6}{4} = 4{,}5$cm.

FAIRE EXERCICES 5 ET 6 PAGE 191.

5°) Réciproque et contraposée.

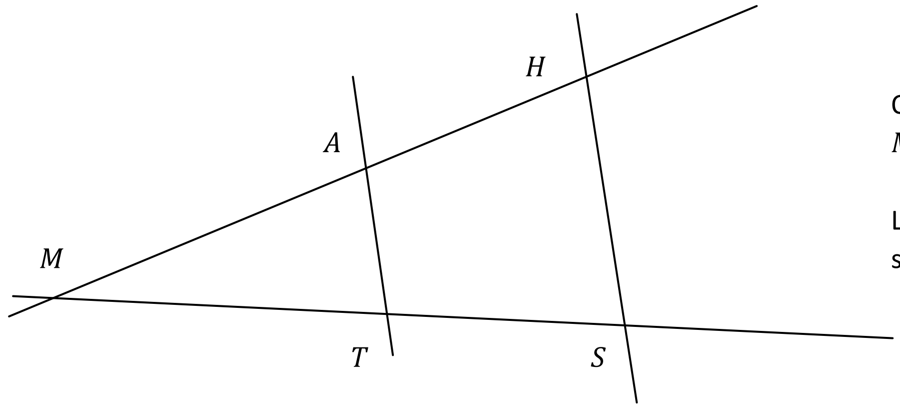
La réciproque (et la contraposée) s'utilise lorsque je connais toutes les mesures et que j'ai une configuration de Thalès (triangle, ou papillon).

Je dois calculer séparément les deux ou trois rapports.

Si les rapports sont exactement égaux, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites sont parallèles.

Si les rapports ne sont pas égaux, alors d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites ne sont pas parallèles.

Exemple :



On a : $MA = 4\text{cm}$, $MH = 5\text{cm}$, $MT = 5\text{cm}$, $MS = 6{,}25\text{cm}$.

Les droites (AT) et (HS) sont-elles parallèles ?

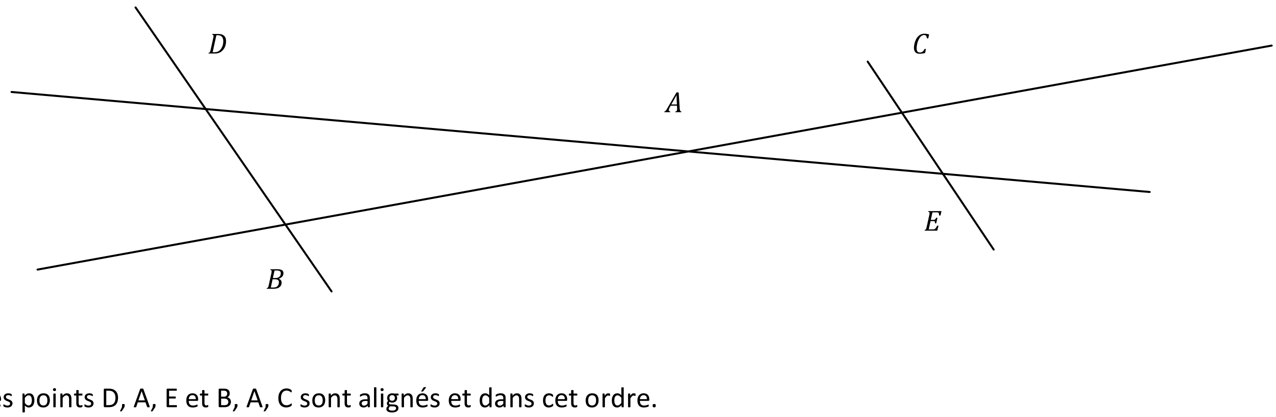
Les points M, A, H et M, T, S sont alignés et dans cet ordre.

$$\frac{MA}{MH} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

$$\frac{MT}{MS} = \frac{5}{6{,}25} = 0{,}8$$

J'ai $\frac{MA}{MH} = \frac{MT}{MS}$ donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AT) et (HS) sont parallèles.

Autre exemple : $AB = 8\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$ et $AE = 4\text{cm}$. Les droites (DB) et (CE) sont-elles parallèles ?



Les points D, A, E et B, A, C sont alignés et dans cet ordre.

$$\frac{AC}{AB} = \frac{2}{8} = 0{,}25$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{4}{12} \approx 0{,}33$$

J'ai $\frac{AC}{AB} \neq \frac{AE}{AD}$ donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (DB) et (CE) ne sont pas parallèles.