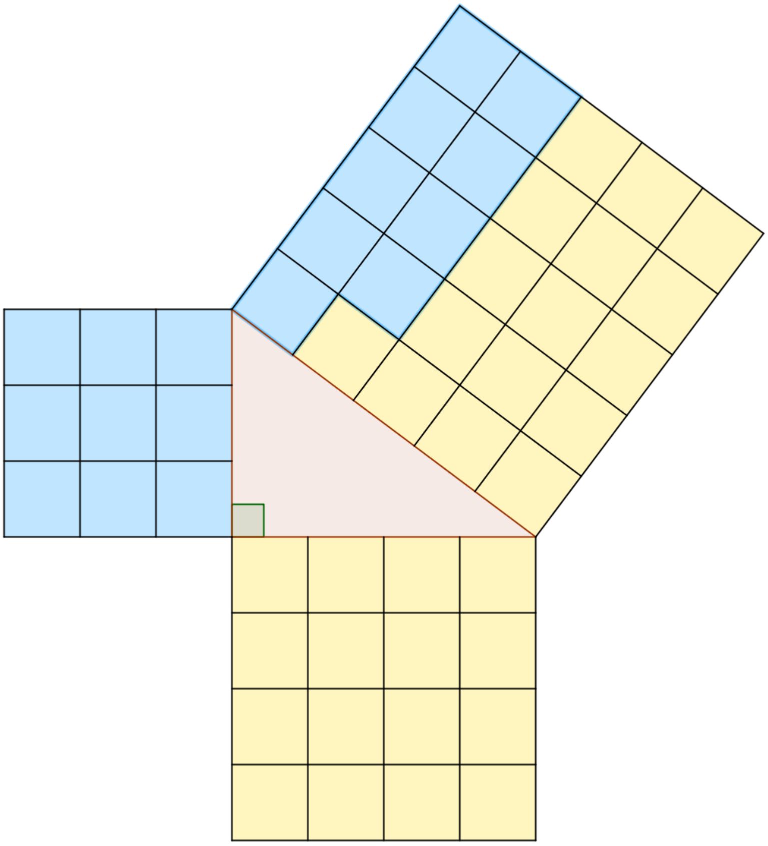
THEOREME DE PYTHAGORE

1°) Découverte du théorème de Pythagore.

Fais un triangle rectangle tel que les côtés de l'angle droit mesurent 3cm et 4cm. Alors le troisième côté mesurera 5cm.

Sur chacun des côtés, construis un carré, et découpe-le en petits carrés de 1cm de côté.



Observation :

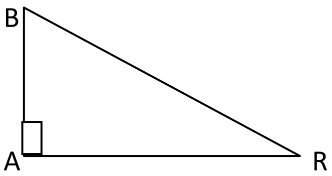
Dans le carré construit sur l'hypoténuse, on peut mettre exactement autant de petits carrés qu'il y en a dans les carrés construits sur les deux autres côtés.

2°) Théorème de Pythagore.

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Exemples d'utilisation :

BAR est un triangle rectangle en A tel que BA=6,3cm et AR=8,4cm. Calcule BR.



Le triangle BAR est rectangle en A donc j'utilise le théorème de Pythagore.

$BR^2=BA^2+AR^2$

$BR^2=6,3^2+8,4^2$

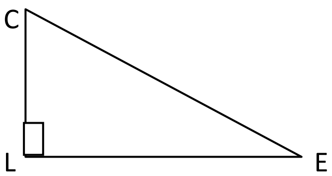
$BR^2=39,69+70,56$

$BR^2=110,25$

$BR = \sqrt{110,25}$

$\boxed{BR=10,5}$ valeur exacte

CLE est un triangle rectangle en L tel que CE=8cm et CL=2cm. Calcule EL.



Le triangle CLE est rectangle en A donc j'utilise le théorème de Pythagore.

$EL^2 = CE^2 - CL^2$

$EL^2 = 8^2 - 2^2$

$EL^2 = 64 - 4$

$EL^2 = 60$

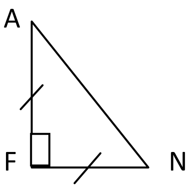
$EL = \sqrt{60}$

$EL = \sqrt{4 \times 15}$

$\boxed{EL = 2\sqrt{15}}$ valeur exacte

$EL \approx 7,75$ valeur approchée

FAN est un triangle rectangle et isocèle en F tel que FA=5cm. Calcule AN.



Le triangle FAN est rectangle en F donc j'utilise le théorème de Pythagore.

$AN^2 = FA^2 + FN^2$

$AN^2 = 5^2 + 5^2$

$AN^2 = 25 + 25$

$AN^2 = 50$

$AN = \sqrt{50}$

$\boxed{AN = 5\sqrt{2}}$ valeur exacte

$AN \approx 7,07$ valeur approchée

Exercice pour demain : Roméo veut apporter des fleurs à Juliette. La hauteur au sol du balcon de Juliette est de 4,5 mètres. La longueur de l'échelle de Roméo est 8m. Calcule la distance au sol entre Roméo et le mur de Juliette.

(réponse : valeur exacte = $\sqrt{43,75}$ soit environ 6,61m).

3°) Réciproque et contraposée.

Rappel :

Propriété : Si j'habite à Parme, alors j'habite en Italie.

Réciproque : Si j'habite en Italie, alors j'habite à Parme. (la réciproque n'est pas toujours vraie, dans ce cas, elle est fausse).

Contraposée : Si je n'habite pas en Italie, alors je n'habite pas à Parme (la contraposée est toujours vraie).

Dans le cas du théorème de Pythagore :

Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur manquante d'un triangle quand on sait que le triangle est rectangle.

En revanche, la réciproque (ou la contraposée) permet de prouver qu'un triangle est rectangle (ou ne l'est pas) si on connait les trois mesures des côtés.

Méthode :

On calcule le carré du côté le plus long

On calcule la somme des carrés des deux autres côtés

Si les deux sont égaux

Réciproque

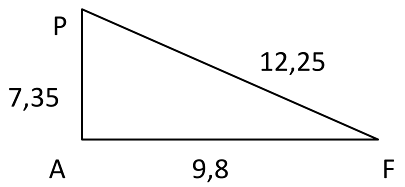
Triangle rectangle

S'ils ne sont pas égaux

Contraposée

Triangle non rectangle

Exemple 1 :



$PF^2 = 12{,}25^2 = 150{,}0625$

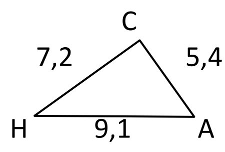
$PA^2 + AF^2 = 7{,}35^2 + 9{,}8^2$

$= 54{,}0225 + 96{,}04$

$= 150{,}0625$

On a $PF^2 = AP^2 + AF^2$
donc, d'après la **réciproque** du théorème de Pythagore,
PAF le triangle **est** rectangle en A

Exemple 2 :



on commence toujours par le coté le plus long

$HA^2 = 9,1^2 = 82,81$

$CH^2 + CA^2 = 7,2^2 + 5,4^2$

$= 81$

On a $HA^2 \neq CH^2 + CA^2$
donc d'après la **contraposée** du théorème de Pythagore,
CHA **n'est pas** un triangle rectangle.