

EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES

1°) Simplifier et réduire une expression algébrique.

Une expression algébrique est une expression dans laquelle une (ou des) valeur(s) numérique(s) a été remplacée par une (ou des) lettre(s).

Simplifier une expression algébrique, c'est l'écrire plus facilement, en retirant tout ce qui peut être sous-entendu.

Exemples :

- $2 \times x$ s'écrit $2x$
- $3 \times a \times b$ s'écrit $3ab$
- $5 \times (2 + x)$ s'écrit $5(2 + x)$
- $2 \times a \times (a + 3)$ s'écrit $2a(a + 3)$
- $x \times x \times x$ s'écrit x^3
- $3 \times a \times a \times a + 2 \times a \times b \times a$ s'écrit $3a^3 + 2a^2b$

Attention, on ne peut pas simplifier les + ni les \times qui sont entre deux nombres.

Réduire une expression littérale, c'est additionner ou soustraire ensemble les termes qui ont exactement les mêmes lettres.

Exemples :

- $8x^2 - 15x^2 = 7x^2$
- $3 + 4ab + 5 - 2ab = 2ab + 8$
- $5xy - 7y + xy - y = 6xy - 8y$

2°) Calculer la valeur d'une expression algébrique.

On peut calculer la valeur d'une expression algébrique en remplaçant l'inconnue (ou les inconnues) par la valeur (ou les valeurs) qui est donnée. Attention à respecter : les multiplications sous-entendues (comme dans $2x$), les priorités des opérations (comme dans $1 - 5x$) et lorsque l'inconnue est négative, mettre des parenthèses.

Exemples :

$A = 3x^2 - 5x + 1$, calcule la valeur de A pour $x = -3$.

$$A = 3 \cdot (-3)^2 - 5 \cdot (-3) + 1$$

$$A = 3 \cdot 9 + 15 + 1$$

$$A = 27 + 15 + 1$$

$$\boxed{A = 43}$$

$B = 3xy - y^2$, calcule la valeur de B pour $x = \frac{2}{3}$ et $y = 5$

$$B = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 - 5^2$$

$$B = 10 - 25$$

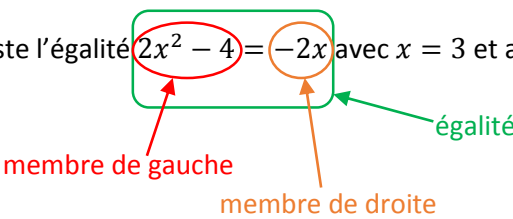
$$\boxed{B = -15}$$

3°) Tester une égalité.

Une égalité est une expression dans laquelle il y a un signe =

Pour tester une égalité, il faut calculer séparément la valeur du membre de droite, puis du membre de gauche, puis il faut conclure.

Exemple : teste l'égalité $2x^2 - 4 = -2x$ avec $x = 3$ et avec $x = -2$.



Cas n°1 : $x = 3$

Membre de gauche :

$$2x^2 - 4 = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 14$$

Membre de droite :

$$-2x = -2 \times 3 = -6$$

$$-6 \neq 14$$

Conclusion :

L'égalité est FAUSSE pour $x = 3$

Cas n°2 : $x = -2$

Membre de gauche :

$$2x^2 - 4 = 2 \cdot (-2)^2 - 4 = 2 \cdot 4 - 4 = 8 - 4 = 4$$

Membre de droite :

$$-2x = -2 \cdot (-2) = 4$$

$$4 = 4$$

Conclusion :

L'égalité est VRAIE pour $x = -2$.

4°) Règle de suppression des parenthèses.

Parfois dans une expression il faut supprimer des parenthèses. On applique la règle suivante :

- Si devant la parenthèse il y a un + ou il n'y a rien, alors on peut supprimer les parenthèses.



Exemples : $(3x - 5) = 3x - 5$; $7 + 2x + (5 - 3x) = 7 + 2x + 5 - 3x = 12 - x...$



- Si devant la parenthèse il y a un - alors il faut opposer tous les termes qui étaient dans les parenthèses au moment où on supprime les parenthèses.

Exemples : $-(5 - 3x) = -5 + 3x$; $4x - 11 - (-5x + 3) = 4x - 11 + 5x - 3 = 9x - 14...$

5°) Développer une expression algébrique.

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Les règles du développement sont exactement les mêmes que celles que nous avons vues avec les nombres.

Exemples :

$$A = 2x(3 - 5x)$$

$$A = 2x \cdot 3 - 2x \cdot 5x$$

$$A = 6x - 10x^2$$

$$B = ab^2(a^3 + 5ab)$$

$$B = ab^2 \cdot a^3 + ab^2 \cdot 5ab$$

$$B = a^4b^2 + 5a^2b^3$$

$$C = x^2 + 3 + 2x(5x - 4)$$

$$C = x^2 + 3 + 2x \cdot 5x - 2x \cdot 4$$

$$C = x^2 + 3 + 10x^2 - 8x$$

$$C = 11x^2 - 8x + 3$$

Remarque : il faut connaître les règles de calcul avec les puissances.

Autre remarque : ne pas oublier de simplifier et réduire après avoir développé.

Cas particulier : lorsqu'il y a un - devant l'expression à développer.

La méthode reste la même, on conseille cependant d'utiliser des parenthèses supplémentaires pour éviter les erreurs de calcul.

Exemples :

$$A = -2x(3 - 5x)$$

$$A = -2x \cdot 3 - (-2x) \cdot 5x$$

$$A = -6x + 10x^2$$

$$B = -ab^2(a^3 + 5ab)$$

$$B = -ab^2 \cdot a^3 + (-ab^2) \cdot 5ab$$

$$B = -a^4b^2 - 5a^2b^3$$

$$C = x^2 + 3 - 2x(5x - 4)$$

dans une expression j'ajoute des parenthèses

$$C = x^2 + 3 - (2x(5x - 4))$$

$$C = x^2 + 3 - (2x \cdot 5x - 2x \cdot 4)$$

$$C = x^2 + 3 - (10x^2 - 8x)$$

J'applique la règle de suppression des parenthèses

$$C = x^2 + 3 - 10x^2 + 8x$$

$$C = x^2 - 10x^2 + 8x + 3$$

$$C = -9x^2 + 8x + 3$$

6°) Factoriser une expression algébrique.

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.
La méthode est toujours la même qu'avec les nombres.

Méthode utilisée : la mise en évidence d'un facteur commun.

Exemples :

$$A = 15x + 27xy$$

$$A = 3 \cdot 5 \cdot x + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot y$$

$$A = 3x(5 + 9y)$$

$$B = 8a^2 - 12ab$$

$$B = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a \cdot b$$

$$B = 4a(2a - 3b)$$

$$C = 4a^3b^2 + 4a^2b^3$$

$$C = 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b + 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$$

$$C = 4a^2b^2(a + b)$$

$$D = 5x - 15xy$$

$$D = 5 \cdot x - 3 \cdot 5 \cdot x \cdot y$$

$$D = 5x(1 - 3y)$$

