

INEQUATIONS

1°) Symboles des inéquations.

Il existe 4 symboles pour écrire une inéquation :

$<$ strictement inférieur à

\leq inférieur ou égal à

\geq supérieur ou égal à

$>$ strictement supérieur à

Par exemple :

L'inéquation $x < 15$ représente tous les nombres réels strictement inférieurs à 15, mais pas 15.

Il y a une infinité de nombres qui rendent cette inéquation vraie.

Exemples de solutions de l'inéquation : $-25,47$; 8 ; -100 ; $14,9$; -34 ; $0\dots$

L'inéquation $x \leq 15$ représente tous les nombres réels inférieurs ou égaux à 15 : donc 15 fait partie des solutions.

L'inéquation $x > \frac{2}{3}$ représente tous les nombres réels strictement supérieurs à $\frac{2}{3}$, mais pas $\frac{2}{3}$.

Exemples de solutions : $0,8$; 20 ; 1 ; 34 ; 3500 ; $\frac{3\pi}{4}$; $9\ 876\ 543\ 210\dots$

L'inéquation $x \geq \frac{2}{3}$ représente tous les nombres réels positifs ou égaux à $\frac{2}{3}$: donc $\frac{2}{3}$ fait partie des solutions.

2°) Changer le sens d'une inéquation.

On peut changer le sens d'une inéquation dans les deux cas suivants :

- On change les deux membres de place

Exemples : $x < 5$ devient $5 > x$; $-13,5 \leq y$ devient $y \geq -13,5$; $\frac{1}{2} > b$ devient $b < \frac{1}{2}$

$9\ 589\ 675\ 415 \leq x$ devient $x \geq 9\ 589\ 675\ 415$

- On multiplie tout par -1 (on oppose tout)

Exemples : $-x < -3$ devient $x > 3$; $-y \leq 15$ devient $y \geq -15$; $-p > 0$ devient $p < 0$

$-7x \geq 49$ devient $7x \leq -49$

3°) Résoudre une inéquation.

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les solutions.

Comme il y a une infinité de solutions, on considère que l'inéquation est résolue lorsqu'elle est exprimée sous l'une des formes suivantes :

$$x < k \quad ; \quad x \leq k \quad ; \quad x \geq k \quad ; \quad x > k$$

où k est un nombre réel.

Pour résoudre une inéquation, il faut respecter les règles de calcul suivantes :

- On peut additionner ou soustraire un même nombre aux deux membres de l'inéquation sans en changer le sens.

Exemples :

$x - 5 < 11$ $x < 11 + 5$ $x < 16$	$4x + 2 \leq 3x - 25$ $4x - 3x \leq -25 - 2$ $x \leq -27$	$x(x - 1) > x^2 + 9$ $x^2 - x > x^2 + 9$ $x^2 - x^2 - x > 9$ $-x > 9$ $x < -9$	$3x - 7 \geq -1 + 2x$ $3x - 2x \geq 7 - 1$ $x \geq 6$
--	---	--	---

- On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une inéquation par un nombre strictement positif sans en changer le sens.

Exemples :

$\frac{x}{5} + 1 < -5$ $\frac{x}{5} < -5 - 1$ $\frac{x}{5} < -6$ $x < -6 \times 5$ $x < -30$	$8x + 3 \leq 2x - 8$ $8x - 2x \leq -8 - 3$ $6x \leq -11$ $x \leq -\frac{11}{6}$	$\frac{3x}{4} + \frac{2}{3} > \frac{5}{3}$ $\frac{3x}{4} > \frac{5}{3} - \frac{2}{3}$ $\frac{3x}{4} > \frac{3}{3}$ $\frac{3x}{4} > 1$ $3x > 4$ $x > \frac{4}{3}$	$-4x - 5 \geq 5x + 4$ $-4x - 5x \geq 4 + 5$ $-9x \geq 9$ $-x \geq \frac{9}{9}$ $-x \geq 1$ $x \leq -1$ Autre méthode : $-4x - 5 \geq 5x + 4$ $-5 - 4 \geq 5x + 4x$ $-9 \geq 9x$ $-\frac{9}{9} \geq x$ $-1 \geq x$ $x \leq -1$
--	--	---	---

- On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une inéquation par un nombre strictement négatif à condition que l'on change le sens de l'inéquation.

Exemples :

$$2x - 9x < 10$$

$$-7x < 10$$

$$x > \frac{10}{-7}$$

$$\boxed{x > -\frac{10}{7}}$$

$$-7x + 15 \leq 23x$$

$$-7x - 23x \leq -15$$

$$-30x \leq -15$$

$$x \geq \frac{-15}{-30}$$

$$\boxed{x \geq \frac{1}{2}}$$

$$-0,25x + 7 \geq 4 + 0,5x$$

$$-0,25x - 0,5x \geq 4 - 7$$

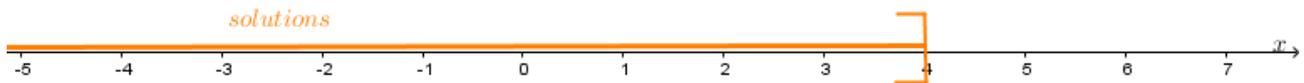
$$-0,75x \geq -3$$

$$x \leq (-3) \div (-0,75)$$

$$\boxed{x \leq 4}$$

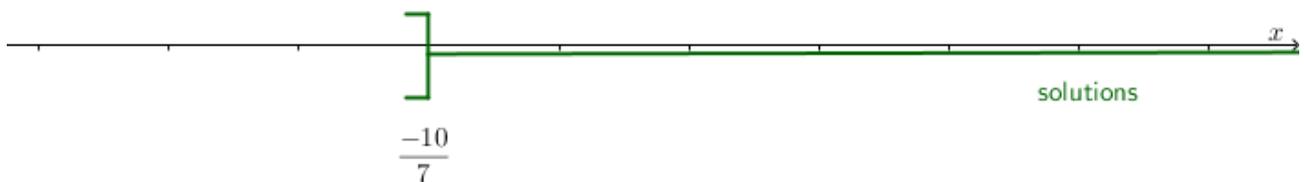
4°) Représentation graphique d'une inéquation.

L'inéquation $x \leq 4$ signifie : « tous les nombres qui sont inférieurs ou égaux à 4 sont solution ».



- ✓ J'ai mis en couleur tous les nombres plus petits que 4
- ✓ J'ai écrit solutions du côté des solutions
- ✓ J'ai tourné le crochet vers les solutions car 4 appartient aux solutions.

L'inéquation $x > -\frac{10}{7}$ signifie : « tous les nombres strictement plus grands que $-\frac{10}{7}$ sont solution ».



- ✓ J'ai mis en couleur tous les nombres plus grands que $-\frac{10}{7}$
- ✓ J'ai écrit solutions du côté des solutions
- ✓ J'ai tourné le crochet en dehors des solutions car $-\frac{10}{7}$ ne fait pas partie des solutions.