

RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

But : connaître le vocabulaire des équations.

Une expression mathématique se constitue de deux membres séparés par un signe =

Par exemple : $2 \times 13 - 8 = 18$ est une expression mathématique.

Dans cette expression, $2 \times 13 - 8$ est appelé le **membre de gauche**, et 18 est le **membre de droite**.

On appelle **équation mathématique à une inconnue** une expression mathématique dans laquelle une valeur numérique a été remplacée par une lettre ; par exemple : $2x - 8 = 18$ est une équation à une inconnue (ou encore, $2x - y = 18$ est une équation à deux inconnues).

On dit que cette équation est **du premier degré** car l'inconnue, dans l'expression, a une puissance maximale de 1. (par exemple, l'expression $2x^3 - 8 = 18$ est une équation du troisième degré à une inconnue).

On dit qu'un nombre est **solution** de l'équation si, lorsque je remplace la lettre par ce nombre dans l'équation de départ, j'obtiens une expression mathématique vraie.

Résoudre une équation, c'est chercher les solutions possibles de l'équation.

En classe de 4^{ème}, nous étudions la résolution d'équations du premier degré à une inconnue.

TESTER UNE EGALITE

But : savoir tester une égalité.

Il peut être important de savoir tester une égalité, car lorsqu'on résout une équation, il faut savoir vérifier la solution trouvée.

Méthode : pour tester une égalité, il faut remplacer l'inconnue par la valeur numérique proposée. Attention, les plus grandes sources d'erreurs proviennent des signes !!! Alors soyez d'autant plus attentifs...

Des exemples :

On donne l'égalité suivante :

$$3x^2 - 4 = x + 10$$

Tester l'égalité pour les valeurs suivantes : 2, -2

pour $x = 2$

membre de gauche :

$$\begin{aligned} 3 \times 2^2 - 4 &= 3 \times 4 - 4 \\ &= 12 - 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

membre de droite :

$$2 + 10 = 12$$

⇒ l'égalité est fausse pour $x = 2$.

pour $x = -2$

membre de gauche :

$$\begin{aligned} 3 \times (-2)^2 - 4 &= 3 \times 4 - 4 \\ &= 12 - 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

membre de droite :

$$(-2) + 10 = 8$$

⇒ l'égalité est vraie pour $x = -2$.

Commentaires

Avec un nombre positif, aucun soucis, il suffit de respecter les priorités des opérations : d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions, puis les additions et soustractions.

Il faut calculer les deux membres séparément, et il ne faut pas oublier de conclure.

Avec un nombre négatif, il va falloir ruser pour ne pas se tromper : l'emploi des parenthèses vous sauvera dans tous les cas !

Vous remarquerez comme les signes = sont tous alignés : c'est ainsi que vous devez rédiger sur vos copies.

Ne vous arrêtez pas là : vous pouvez tester une égalité avec une fraction, avec des racines carrées...

A vous de jouer :

On donne l'égalité suivante : $2x^2 + 3 = 2 - 3x$, tester cette égalité avec 2 ; 0 ; -1

RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

But : savoir résoudre une équation du premier degré à une inconnue.

Méthode : *Première étape :* il faut passer tous les termes qui dépendent de x dans un même membre, et tous les termes qui ne dépendent pas de x dans l'autre membre.

Pour cela, je vais utiliser la propriété suivante : **une équation reste la même si j'ajoute ou si je soustrais la même chose à chaque membre.**

Exemple : on considère l'équation suivante : (A) : $5x + 3 = 2x + 9$

Je vais passer tous les termes qui dépendent de x dans le membre de gauche. Je dois donc faire disparaître $2x$ du membre de droite. Pour le faire disparaître, je vais **ajouter son opposé**. Mais pour ne pas modifier l'équation, je dois l'ajouter **à chaque membre**.

J'obtiens donc ceci : $5x + 3 - 2x = 2x + 9 - 2x$

Ou encore : $5x - 2x + 3 = 2x - 2x + 9$

C'est-à-dire : $3x + 3 = 9$

Je vais maintenant passer le 3 dans le membre de droite, **en ajoutant son opposé** -3 :

J'obtiens donc $3x + 3 - 3 = 9 - 3$ c'est-à-dire $3x = 6$.

J'ai bien tous les termes qui dépendent de x dans un même membre (celui de gauche dans ce cas) et tous les autres dans un autre membre (celui de droite). Je vais pouvoir procéder à l'étape 2.

A vous de jouer :

Réalises la première étape pour les équations suivantes :

$$2x = 3x + 10$$

$$7x - 5 = 23$$

$$2 - x = 8 + 3x$$

$$-9x + 15 = 6x - 3$$

RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

But : savoir résoudre une équation du premier degré à une inconnue.

Méthode : Deuxième étape : si j'ai bien réalisé la première étape, je me trouve :

soit dans la situation $ax = b$,

soit dans la situation $\frac{a}{b}x = c$ (avec b non nul).

Le but de la deuxième étape est de se « débarrasser » du nombre qui multiplie (ou qui divise) x .

Pour cela, je vais utiliser la propriété suivante : **une équation reste la même si je multiplie ou si je divise la totalité de chacun des membres par un même nombre.**

Exemples :

on considère l'équation suivante : (A) : $3x = 6$
je veux faire partir le 3 qui multiplie x . Pour cela, je vais **multiplier par son inverse** ou encore **diviser** par 3 (ce qui revient au même).

$$\text{J'obtiens donc : } \frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\text{c'est-à-dire : } \boxed{x = 2}.$$

on considère l'équation suivante : (B) : $\frac{2}{5}x = 3$
je veux faire partir le $\frac{2}{5}$ qui multiplie x . Pour cela, je vais **multiplier par son inverse** ou encore **diviser** par $\frac{2}{5}$ (ce qui revient au même).

$$\text{J'obtiens donc : } \frac{2}{5} \times x \times \frac{5}{2} = 3 \times \frac{5}{2}$$

$$\text{c'est-à-dire : } \boxed{x = \frac{15}{2}}$$

Troisième étape : je dois tester ma solution.

Pour cela, je reprends l'équation d'origine et je remplace la lettre par la valeur que j'ai trouvée. Si l'expression obtenue est vraie, alors ma solution est correcte.

Exemple : je reprends mon équation (A) : $5x + 3 = 2x + 9$ et la solution que j'ai trouvée $x = 2$.

Membre de gauche : $5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$.

Membre de droite : $2 \times 2 + 9 = 4 + 9 = 13$.

Conclusion : 2 est bien solution de l'équation.

Quatrième étape : je réponds avec une phrase !

Exemple : l'équation (A) a une solution : $x = 2$.

A vous de jouer :

Terminer la résolution des équations données à la page précédente.

RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

But : savoir résoudre une équation du premier degré à une inconnue dans le cas où on a une infinité de solutions, ou aucune solution.

Méthode : il suffit d'appliquer les règles vues précédemment, et ne pas se laisser surprendre par le résultat obtenu, mais savoir l'interpréter.

Un exemple : nous allons étudier deux cas particuliers.

(I) : $2(x + 3) = -3 + 2x + 9$
 commençons par simplifier chaque membre
 (I) : $2x + 2 \times 3 = 2x + 9 - 3$
 (I) : $2x + 6 = 2x + 6$
 passons les termes en x dans le membre de gauche
 (I) : $2x - 2x + 6 = 2x - 2x + 6$
 (I) : $6 = 6$
 on obtient une égalité **toujours vraie**, et qui ne dépend plus de x , cela veut dire que, quelle que soit la valeur de x que l'on choisit, l'égalité sera toujours vraie. Ainsi, **l'équation (I) admet une infinité de solutions.**

(Z) : $2(3x + 2) = 2x - 1$
 commençons par simplifier chaque membre
 (Z) : $2x + 2 \times 3 = 2x - 1$
 (Z) : $2x + 6 = 2x - 1$
 passons les termes en x dans le membre de gauche
 (Z) : $2x - 2x + 6 = 2x - 2x - 1$
 (Z) : $6 = -1$
 on obtient une égalité **toujours fausse**, et qui ne dépend plus de x , cela veut dire que, quelle que soit la valeur de x que l'on choisit, l'égalité sera toujours fausse. Ainsi, **l'équation (Z) n'admet aucune solution.**

Ce cas peut parfois se produire, il est bon de le garder dans un coin de sa mémoire !

A vous de jouer :

Résoudre les équations suivantes :

(E) : $-3(x + 2) = 10 - 3x - 16$ et (F) : $-3(x + 2) = -3x + 1$

RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

But : savoir résoudre une équation se ramenant à une équation du premier degré à une inconnue..

Méthode : il suffit d'appliquer les règles vues précédemment, et ne pas se laisser surprendre par le résultat obtenu. Si votre exercice vient d'un livre de 4^{ème}, alors il ne faut pas paniquer : vous êtes capable de le faire !

Un exemple : nous allons étudier deux cas particuliers.

Document non terminé, un peu de patience ;-)