Exercices notés.

Cours, livre et calculatrice autorisés. Tables séparées. Travail individuel noté. Communications interdite, transmission d'objets également.

Exercice 1 : 4 points.

On sait que f est une fonction du second degré dont la courbe représentative admet pour sommet le point $S(3;9)$ et passe par l'origine du repère. Déterminer f. Expliquez votre raisonnement.

Exercice 2 : 3 points.

On sait que $ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Montrer que :

i. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$
ii. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$
iii. $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}$

Exercice 3 : 3 points

1 Parmi les phrases suivantes, indiquer celles qui sont vraies et celles qui sont fausses.

a) Si ABCD est un parallélogramme alors AB = DC.

b) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

c) Si AC = BD alors ABCD est un rectangle.

d) Si ABCD est un losange alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

e) Si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme.

f) Si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et AC = BD alors ABCD est un rectangle.

g) Si AC $\neq$ BD alors ABCD n'est pas un rectangle.

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 1 : 4 points.

On sait que f est une fonction du second degré dont la courbe représentative admet pour sommet le point $S(3;9)$ et passe par l'origine du repère. Déterminer f. Expliquez votre raisonnement.

f est une fonction polynomiale du deuxième degré donc de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

La courbe représentative de f passe par l'origine du repère donc $f(0) = 0$ donc $c = 0$ d'où $f(x) = ax^2 + bx$.

La courbe représentative de f admet pour sommet le point $S(3;9)$ donc on en déduit que :

- La parabole qui représente f est concave et donc $a < 0$
- L'axe de symétrie de la parabole est la droite verticale d'équation $x = 3$
- La parabole coupe l'axe des abscisses en 0 et, par symétrie, en 6 ; donc $f(6) = 0$
- $f(3) = 9$ car S est un point de la parabole.

On a donc :

$$\begin{cases} f(6) = 0 \\ f(3) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36a + 6b = 0 \\ 9a + 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a + b = 0 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \\ 3a - 6a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \\ -3a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ a = -1 \end{cases}$$

La fonction f cherchée est donc : $f(x) = -x^2 + 6x$.

Exercice 2 : 3 points.

On sait que $ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Montrer que :

i. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

O est le centre du parallélogramme $ABCD$ donc O est le milieu des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ donc $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ d'où $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

ii. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

$ABCD$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ d'où $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

iii. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

$ABCD$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ donc $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$ d'après la relation de Chasles.

Exercice 3 : 3 points

a) Vrai
b) Vrai
c) Faux
d) Vrai
e) Vrai
f) Vrai
g) Vrai